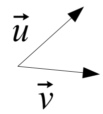
Práctico Nº 4

Vectores en el plano.

1) Dados los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$:



a) Construya: $\vec{w}_1 = \frac{1}{2}(\vec{u}+\vec{v})+\vec{u}$ $\quad \vec{w}_2 = \frac{1}{2}(\vec{v}-\vec{u})$ y $\vec{w}_3 = \frac{1}{2}(\vec{u}+\vec{v})$

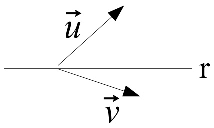
b) Verifique geométrica y analíticamente que $\vec{w}_2 + \vec{w}_3 = \vec{v}$

2) Si $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son dos vectores ortogonales cuyos módulos son 2 y 3 unidades respectivamente, ¿Cuál es el módulo de $\overrightarrow{v+w}$?

3) Dados dos vectores ortogonales $\vec{i}$ y $\vec{j}$ de igual módulo.
a) Construir: $\vec{w}_1 = \vec{i}+\vec{j}$ $\quad \vec{w}_2 = -2\,\vec{i}-2\,\vec{j}$ $\quad \vec{w}_3 = 2\,\vec{i}+3\,\vec{j}$
b) Utilizando trigonometría deduzca el ángulo entre $\vec{w}_1$ y $\vec{w}_3$
c) Siendo α el ángulo hallado verifique que $\cos(\alpha).\sqrt{26}=5$

4) Si $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son ortogonales ¿Qué condición tienen que cumplir $\vec{u}$ y $\vec{v}$, para que $\overrightarrow{u+v}$ sea ortogonal a $\overrightarrow{u-v}$?

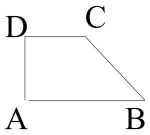
5) Dados los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ y la recta *r*



a) Construya un vector $k.\vec{v}$ tal que $k\,\vec{v}+\vec{u}$ tenga la misma dirección que la recta r $(k \in \mathbb{R})$.

b) Construya un vector $\alpha\vec{u}$ y un vector $\beta\vec{v}$ para que $\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}$ tenga la misma dirección que r y además $|\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}|=|2\vec{u}|$ ¿cuantos valores de α y β verifican tal condición? $(\alpha\ y\, \beta \in \mathbb{R})$

6) Dado un trapecio rectángulo $ABCD$ según figura $(\vec{AB}=2.\vec{DC}\ y\, |\vec{AD}|=|\vec{DC}|)$



a) Escriba $\vec{CB}$ como combinación lineal de $\vec{AD}$ y $\vec{AB}$.

b) Si M es un punto medio del segmento AD escriba $\overrightarrow{CM}$ como C.L. de $\overrightarrow{CB}$ y $\overrightarrow{AD}$

7) Sean A B y C tres puntos tal que $\overrightarrow{AB}=k\,\overrightarrow{AC}$.
Calcular m, n y p $\in \mathbb{R}$ para que: $\overrightarrow{BA}=m\,\overrightarrow{AC}$ $\quad \overrightarrow{BC}=n\,\overrightarrow{AB}$ $\quad \overrightarrow{BC}=p\,\overrightarrow{AC}$

8) Sea ABCD un cuadrilátero cualquiera. Sean P y Q tal que $\overrightarrow{BP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AQ}=3\,\overrightarrow{AD}$.

a) Verificar que: $\overrightarrow{CP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$ y $\overrightarrow{CQ}=2\,\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}$

b) Deducir que si ABCD es un paralelogramo entonces P, Q y C están alineados.

9) Dados tres puntos A, B y C y otro punto cualquiera O del mismo plano. Probar que el extremo G del vector $\overrightarrow{OG}$, tal que $\overrightarrow{OG}$ = 1/3 ($\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$) es el baricentro del triángulo ABC.

(Sug.: Probar que el punto G que verifica la condición es independiente del punto O elegido, después elegir O como uno de los puntos A B o C, y utilizar propiedad métrica)

10) Investiga si las siguientes expresiones son correctas y en caso positivo, menciona si el resultado es un real o un vector:

a) $< \vec{u}, < \vec{u}, \vec{v} >>$

b) $\vec{u} . < \vec{u}, \vec{v} >$

c) $< \vec{u}, \vec{v} > . < \vec{u}, \vec{v} >$

d) $< \vec{u} + \vec{v}, \vec{v} > . \vec{u}$

11)Sea ABCD un cuadrado de lado 2. Indicar:

$<\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}>$ $\quad <\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}>$ $\quad <\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}>$ $\quad <\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{DB}>$ $\quad <3\overrightarrow{AB+AC}, 2\overrightarrow{DB}>$

12)¿Es $\vec{u} . < \vec{v}, \vec{w} > = < \vec{u}, \vec{v} > . \vec{w}$; $\forall \ \vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$?

13)Resuelva el ejercicio 4 utilizando producto interno.

14)Demuestre utilizando propiedades de producto escalar que si dos vectores u y v son ortogonales se cumple que $| \vec{u} |^2 + | \vec{v} |^2 = | \vec{u} + \vec{v} |^2$.

15) Siendo $|\vec{v}| = 3$, $|\vec{w}| = 4$ y $|\vec{v} - \vec{w}| = 5$. Calcular $< \vec{v}, \vec{w} >$.

(sug: utilizar convenientemente el teorema del coseno).

16)Sea AB un diámetro de una circunferencia de centro O, y P un punto cualquiera de la misma. Demuestre que el ángulo APB es recto, utilizando el producto escalar.

(sug: $\overrightarrow{PA} = \overrightarrow{PO} + \overrightarrow{OA}$ ....)