Práctico Nº 8

1) Se consideran las rectas de ecuaciones:

r) $2x - 3y + 10 = 0$ s) $4x - y = 0$ t) $x - 2y - 7 = 0$ u) $x + y - 1 = 0$

Hallar la ecuación:

a) Del haz de rectas formado por las rectas: 1) r y s 2) t y u.

b) De una recta del haz que determinado por r y s que pase por el origen.

c) De una recta del haz que determinado por r y s que sea paralela a $x + 2y+3=0$.

d) De una recta del haz que determinado por r y s que sea paralela a $4x-6y+3=0$.

e) De la recta común a ambos haces:

i) sin hallar los centros de los haces. ii) hallando los centros de los haces.

2) Hallar la ecuación del haz de rectas de centro P(-1,3).

i) De dicho haz, hallar las siguientes rectas: a) la que pasa por el origen; b) la que pasa por el punto (2,0); c) la que forma 45^o con el eje Ox; d) la paralela a Oy.

3) Indicar si los siguientes conjuntos de rectas corresponden a un haz de rectas propio o impropio. Indicar centro si corresponde, e indicar si falta alguna recta para que "realmente sea un haz":

a) $(2\lambda + 3)x + (2 - \lambda)y + \lambda + 5 = 0$ b) $(2\lambda + 1)x + (8\lambda + 4)y + \lambda - 3 = 0$

4) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto de intersección de las rectas r y s de ecuaciones: r) $2x + y – 2 = 0$ s) $x – 5y – 23 = 0$; y divide por la mitad el segmento limitado por los puntos M(5,-6) y N(-1,-4).

5) Representar las siguientes regiones (*) :

a) $x - y + 2 \geq 0$ b) $(x + y – 1).(2x – y + 3) \geq 0$

c) $\begin{cases} y - 3x \leq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 4 \leq 0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + 7y - 5 \leq 0 \\ 3x + y - 7 \geq 0 \\ x - 3y - 9 \leq 0 \end{cases}$

6) Los extremos del diámetro de una circunferencia son los puntos A(2,3) y B(-4,5). Hallar su ecuación.

7) Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el punto C(7,-6), y pasa por A(2,2).

8) Determinar si las siguientes ecuaciones representan ecuaciones de circunferencias, hallar centro y radio si corresponde:

i) $x^2 + y^2 + 6x – 4y + 7 =0$ ii) $x^2 + y^2 – 2x + 2y + 1 =0$

iii) $2x^2 + 2y^2 – 6x + 10y + 7 = 0$ iv) $4x^2 + 4y^2 + 28x – 8y + 53 = 0$

9) Halle las ecuaciones de las circunferencias que cumplen:

i) Centro C(-4,-1) y es tangente a la recta de ecuación $3x + 2y – 12 = 0$.

ii) Pasa por el punto (5,9) y es tangente a la recta $x + 2y – 3 = 0$ en el punto (1,1).

iii) Pasa por los puntos A(1,3); B(4,6) y su centro está en el eje ox.

10) Hallar las ecuaciones de las circunferencias que son tangentes a dos rectas secantes r) $7x–y–5=0$, y s) $x + y + 13 = 0$; y, a una de ellas en el punto M(1,2). (Dos soluciones)

11) Sea $\mathcal{C}$) $x^2 + y^2 – 4x + 6y – 12 = 0$; A(0,3); B(1,0).

Calcular la Potencia de cada punto con respecto a la cfa, y deducir si los puntos son interiores o exteriores.

12) Determinar $r \cap \mathcal{C}$, si:

a) r) $y = 2x – 3$ $\mathcal{C}$) $x^2 + y^2 – 3x + 2y – 3 = 0$

b) r) $y = 1/2x – ½$ y $\mathcal{C}$) $x^2 + y^2 – 8x + 2y + 12 = 0$

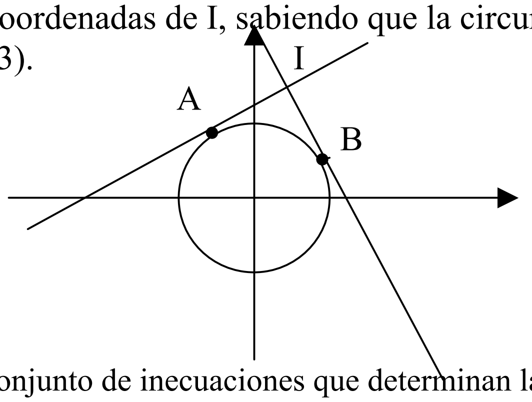
c) r) $y = x + 10$ y $\mathcal{C}$) $x^2 + y^2 – 1 = 0$

13) Dada la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 = 5$. Hallar los valores de k, k real, para que la recta $x - 2y + k = 0$ corte a la circunferencia en: dos puntos; un punto; ó ningún punto.

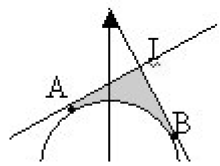
14) Determinar $k \in \Re$, para que la recta r) $y = kx$:

i. Es secante a la cfa. $\mathscr{C}$) $x^2 + y^2 - 10x + 16 = 0$
ii. Es tangente a esta circunferencia
iii. Es exterior.

15) Hallar las coordenadas de I, sabiendo que la circunferencia tiene ecuación: $x^2 + y^2 - 25 = 0$; A(-3,4) y B(4,3).



16) Escribir el conjunto de inecuaciones que determinan la zona pintada del ejercicio anterior:



17) . Se considera la recta r) $y = \lambda x$. ($\lambda \in \Re$). Por A(2,4) se traza r', paralela a r y por el origen la recta p, perpendicular a r'.

i) Encuentre las coordenadas del punto I, intersección de las rectas p y r'. –dependiendo de λ-

ii) Considerando λ variable, escriba las ecuaciones paramétricas que determinan el conjunto de todos los puntos I.

iii) Deduzca la ecuación que verifican todos los puntos "I" eliminando el parámetro en las ecuaciones paramétricas. (Ecuación del L.G. de I)

iv) Reconozca y halle elementos del Lugar Geométrico de I.

Extras:

18) Si r) $x + 2y - 3 = 0$ y s) $2x - 4y - 5 = 0$

Halle la ecuación de la recta del haz determinado por r y s con coeficiente angular 1 de dos formas distintas.

19) **Deduzca** la condición que verifican los puntos del L.G cuya distancia a A(2,-5) es mayor que 6.

20) Estudiar las siguientes familias de rectas: (indicar si existe un punto perteneciente a todas las rectas).

a) $(2\lambda^2 - 1)x + (3\lambda + 2)y - 2\lambda^2 - 6\lambda - 3 = 0$
b) $(3\lambda^2 - 2\lambda)x + (6\lambda^2 - 4\lambda)y + 3 - \lambda = 0$
c) $(\lambda^2 - 2\lambda + 2)x + (2\lambda - \lambda^2)y + 1 = 0$
d) $(\lambda^2 + 2\lambda)x - (4\lambda^2 + 8\lambda)y + 2 - \lambda = 0$

21) Dada la ecuación del haz de rectas determinada por las rectas: $3x - 4y - 3 = 0$ y, $2x + 3y - 1 = 0$; escribir la ecuación de la recta de este haz, que pasa por el centro de gravedad de una lámina triangular homogénea, cuyos vértices son los puntos A(-1,2), B(4,-4) y C(6,-1).

(*) Cada uno de los semiplanos determinados por una recta de ecuación $ax+by+c=0$, está determinado por las siguientes inecuaciones: $ax+by+c \geq 0$ y $ax+by+c \leq 0$... Deduzca en cada ejercicio que inecuación verifica cada semiplano