Práctico Nº 10

1) Hallar el L.G. de puntos que equidistan de :
   - i) A(0,0) y r) $y = -2$
   - ii) B(1,2) y s) $y = 3$.
   - iii) C(-3,1) y t) $x = 7$
   - iv) D(-1,-7) y k) $3x + 4y - 1 = 0$

Realice los gráficos de los lugares hallados.

2) Dadas las siguientes ecuaciones de las parábolas, hallar coordenadas de foco, vértice y directriz.
   - i) $y = 2x^2$
   - ii) $y = x^2 + 4$
   - iii) $y = x^2 - 4x + 7$
   - iv) $x + 3y^2 - 2y + 7 = 0$

3) Hallar la ecuación de las parábolas cuyos elementos se indican:
   - i) F(1,1) d') $y = -1$
   - ii) F(2,0) d') $x = 0$
   - F(-1,3) V(-1,4)
   - iv) d') $x = 2$ V(-3,5)

4) Hallar la ecuación de la parábola de eje // oy; que pasa por los puntos A(1,0), B(3,2), y C(-1,6).
(Sol: $y = x^2 - 3x + 2$)

5) Hallar las ecuaciones de las elipses de centro en O, con focos F(c,0) y F'(-c,0). Eje mayor 2.a y eje menor 2b.
   - i) $a = 3, b = 1$
   - ii) $a = 5, c = 3$
   - iii) $b = 8, c = 6$

6) Dadas las siguientes ecuaciones, hallar medida de ejes y coordenadas de focos.
   - i) $4x^2 + 9y^2 - 36 = 0$
   - ii) $2x^2 + 8y^2 - 32 = 0$
   - iii) $25x^2 + 25y^2 - 50 = 0$

7) Hallar la ecuación de una elipse de vértices A(-4,0), B(4,0) y pasa por el punto P(1,-2).

8) Hallar las ecuaciones de las siguientes elipses:
   - i) Centro (-1,3), foco (-2,3), y eje mayor = 6
   - ii) Focos: F(1,-2); F'(3,-2), pasa por el punto (0,1)
   - iii) Vértices: V(5,6); V'(5,14), d(V,F) = 1

9) Hallar las ecuaciones de las hipérbolas de centro en O, con focos F(c,0) y F'(-c,0), cuya distancia de los vértices al origen es a.
   - i) $a = 3, c = 5$
   - ii) $a = 9, c = 15$

10) Dadas las siguientes ecuaciones, hallar medida de ejes y coordenadas de focos.
   - i) $4x^2 - 9y^2 - 36 = 0$
   - ii) $-3x^2 + 12y^2 + 108 = 0$
   - iii) $x^2 - y^2 - 1 = 0$.
   - iv) $y^2 - x^2 - 1 = 0$

11) Deducir elementos de:

$$4x^2+9y^2-24x-90y+225=0 \qquad 4x^2-9y^2-24x+90y-225=0$$

$$4x^2-y^2-12x+5=0$$

12) Represente el conjunto de puntos del plano que verifican:

$$\begin{cases} y \le x^2 \\ y \le x \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x-3y+y^2 \le 0 \\ x+y-3 \ge 0 \\ x \ge 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2-y+1 \le 0 \\ x^2+y-3 \le 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2+y^2 \le 10 \\ x \le 2y^2+3y-8 \\ y \ge -3x \end{cases}$$

13) Idem:

$\begin{cases} x^2-1\geq y \\ x^2+y^2\leq 1 \\ x\leq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+y^2\geq 1 \\ x+y\geq 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-1\geq y \\ x^2+2y^2\leq 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-1\geq y \\ x^2+2y^2\leq 1 \end{cases}$ $\begin{cases} 4x^2+y^2-12x+5\geq 0 \\ x^2+y^2\leq 4 \\ 2y\leq 2-x \end{cases}$

14) Un punto se mueve de tal manera que: la suma de los cuadrados de sus distancias a los puntos de coordenadas A(2,0) y B(-1,0) es siempre igual a 5. Hallar la ecuación de su lugar geométrico.

15) Se considera el triángulo ABC: A(1,0), B(-1,0), C(0,2), y una recta variable $y = \lambda$ que corta a AC en P, a oy en H, y a BC en Q. Hallar: Lugar geométrico de OP $\cap$ AQ.

16) Sean los puntos: A(1,1) y B(3,2). La recta r es variable por A; y r' por B de modo que $r \perp r'$.

i) Hallar el Lugar geométrico de $\{I\} = r \cap r'$. Reconocer y mencionar elementos.

ii) Deduzca la ecuación de la polar de A respecto del L.G. hallado en i.

iii) Deduzca las coordenadas del polo de la recta "y = x" y verifique que pertenece a la polar hallada en ii.

17) Se considera la cfa. que pasa por 0(0,0) A(4,0) y B(O,m) con m variable.

i . Hallar la ecuación de la cfa.

ii. La recta s es tangente a $\mathcal{C}$ en O. Siendo t la tangente en A(4,0). Hallar el Lugar Geométrico de I:$\{I\} = s \cap t$.

iii. Sea r la tangente a la circunferencia en B(0,m). Hallar el L.G. de J:$\{J\} = r \cap s$. Reconocer.

18) Dados A(0,1), P(m,0) Q(2/m,0)

i. Probar que la cfa. que pasa por A, P y Q pasa por otro punto fijo además de A.

ii. Lugar geométrico del centro de la cfa.

19) Se considera un punto M, variable en la cfa. de ecuación $x^2 + y^2 = 1$ y el punto A(4,0). Lugar geométrico del punto medio del segmento AM, reconocerlo.

20) Sea la circunferencia C) $x^2+y^2-2x+my+m-4=0$

Y los puntos A(3,-1) y B(-1,-1).

Deducir el L.G. del punto de intersección entre las tangentes a C en A y B respectivamente.

21) Se dan las rectas (t) y=-2x, (t') y=x+m

a) Ecuación de la cfa. (C) de centro B intersección de (t') con ox, y que pasa por el origen.

b) Ecuación de la cfa. (C') de centro A, intersección de (t) y (t') y que pasa por el origen.

c) Intersección de (C) y (C') y lugar geométrico del punto de intersección D, distinto del origen.

d) Ecuación de la tangente (p) a (C') en D. $\{E\} = p \cap oy$ y F intersección de (p) y (t). Lugar geométrico del punto de intersección de las mediatrices de OE y OF.