

Parábola

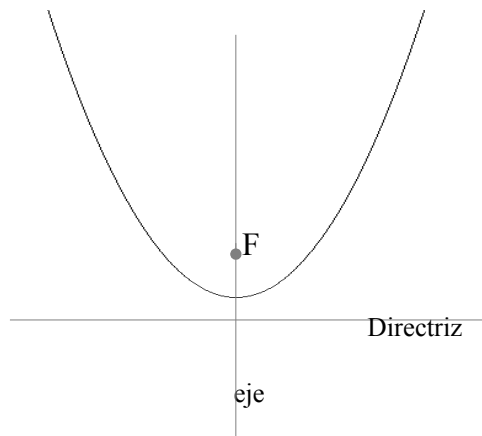
Resumen de propiedades y fórmulas elementales.

Def: Dados en un plano una recta y un punto que no le pertenece, llamamos parábola al lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de la recta y del punto.

Al punto lo llamamos Foco, y a la recta directriz.

Otros nombres:

- Eje: Es la recta perpendicular a la directriz que pasa por el foco. (es eje de simetría de la parábola)
- Vértice: Es el punto en común entre el eje y la parábola.
- Podaria: Es la recta que pasa por el vértice y es paralela a la directriz



Ecuación de la parábola de Foco F(0,p) y directriz “z” de ecuación $y = -p$.

Un punto P(x,y) pertenece a la parábola, por definición, si y sólo si equidista del foco y la directriz.

Trabajando con las fórmulas vistas en el curso, y simplificando, se puede transformar:

$$d(P,F) = d(P,z)$$

en:

$$y = \frac{1}{4p} x^2$$

Por lo tanto toda ecuación de una parábola de foco sobre el eje oy, y vértice en el origen tiene el formato:

$$y = ax^2 \quad (\text{el recíproco, si } a \neq 0, \text{ también es cierto}).$$

Parábola de eje paralelo al eje de las ordenadas.

Suponiendo que el vértice de la parábola tiene coordenadas $V(x_0, y_0)$ y el foco $F(x_0, y_0 + p)$ se puede demostrar que la ecuación de la parábola es:

$$y - y_0 = \frac{1}{4p} (x - x_0)^2 \quad (\text{cuyo formato es } y = ax^2 + bx + c)$$

Recíprocamente, la ecuación

$y = ax^2 + bx + c$ (con $a \neq 0$) es la ecuación de una parábola cuyos elementos

son:

$$\begin{array}{ll} V\left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right) & F\left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2 + 1}{4a}\right) \\ \text{directriz) } y = \frac{4ac - b^2 - 1}{4a} & \text{eje) } x = \frac{-b}{2a} \end{array}$$