Parcial Matemática B – 6º Ingeniería – Liceo Nº 3 Nocturno – 2/8/06

1) Resolver y discutir según $m \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases}(m+3)x+3(m+3)y=m \\ (m^2-m)x+(4\text{m}-1)my=6\text{m}\end{cases}$$

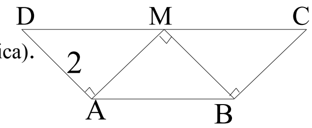
2) Sea A = $\begin{pmatrix}-1 & 3 & -4 \\ 2k & 0 & 16 \\ 0 & 5 & 0\end{pmatrix}$

a) Hallar k para que A no tenga inversa.

b) Para el valor de k hallado: ¿tiene inversa 3A? ¿ y A^2 ? ¿y A^t ? Justifique.

c) Resolver XA = B con B = $\begin{pmatrix}15 & 0 & 60\end{pmatrix}$ para el valor de k hallado.

3) Dado el trapecio ABCD , donde d(D,C) = 2d(A,B)



i) Escribir $\vec{CA}$ como combinación lineal de $\vec{MB}$ y $\vec{DM}$ (deducción algebraica).

ii) Simplificar: $\frac{1}{2}\vec{CD}+\vec{CB}+\vec{AB}$

iii) Escribir las coordenadas de B en el referencial (M, $\vec{AB}$, $\vec{BM}$)

iv) Justificar a partir de la definición de conjunto L.I.; que $\{\vec{AB}, \vec{CD}\}$ no es L.I.

v) Calcular $<\vec{DA}, \vec{AC}>$

4) Dados $\vec{u}=[3,-2]$, $\vec{v}=[-1,4]$ y $\vec{w}=[2,-8]$ en una base $(\vec{i}, \vec{j})$

i) Escribir coordenadas de $\vec{u}$ en la base $(\vec{j}, 2\vec{\text{i}})$.

ii) Deducir combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$ igual a $\vec{w}$.

iii) Probar analíticamente que no existe una combinación lineal de $\vec{v}$ y $\vec{w}$ igual a $\vec{t}=[1,1]$.

iv) ¿el conjunto $\{\vec{v}, \vec{w}\}$ genera el conjunto de vectores del plano? ¿es base del plano? Justifique.

Este es un RESUMEN de las soluciones. No es una guía de lo que debe el alumno elaborar.

1)

$$\Delta = m(m+2)(m+3)$$

Si $m \neq 0$, $m \neq -2$ y $m \neq -3$ S.C.D.

$$\Delta_x = m(m+2)(4\text{m}-27)$$

$$\Delta_y = m(m+2)(9-m) \quad \Rightarrow \quad S = \left\{ \left(\frac{4\text{m}-27}{m+3}, \frac{9-m}{m+3} \right) \right\}$$

Si m = 0 => Sist. Comp. Indet. $S = \{(-3\text{y}, y); y \in \mathbb{R}\}$

Si m = -2 => Sist. Comp. Indet. $S = \{(-2-3\text{y}, y); y \in \mathbb{R}\}$

Si m = -3 => Sist. Incompatible $S = \emptyset$

2) a) A no tiene inversa ⇔ |A| = 0 ⇔ k = 2

b) Si |A| = 0 => $|3\text{A}| = 0$, $|A^2| = 0$ y $|A^t| = 0$ => 3A , A^2 y A^t no tienen inversa.

c) X = (x y z)

X.A = B si y solo si $\begin{cases} -x+4\text{y}=15 \\ 3\text{x}+5\text{z}=0 \\ -4\text{x}+16\text{y}=60 \end{cases}$

X = $\begin{pmatrix} \frac{-5\text{z}}{3} & \frac{5(9-z)}{12} & z \end{pmatrix}$

3) i) $\vec{CA} = \vec{CB} + \vec{BA} = \vec{CM} + \vec{MB} + \vec{BA} = 2\vec{\text{B}}\text{A} + \vec{MB} = -2\,\vec{DM} + \vec{MB}$

ii) $\frac{1}{2}\vec{CD} + \vec{CB} + \vec{AB} = \vec{BA} + \vec{CB} + \vec{AB} = \vec{CB}$

iii) $\vec{MB} = 0\,\vec{AB} - 1\,\vec{BM}$ => B(0,-1) en el referencial (M, $\vec{AB}$, $\vec{BM}$)

iv) $2\,\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{o}$ => exixte a y b reales, tal que $a\,\vec{AB} + b\,\vec{CD} = \vec{o}$ con $a \neq 0 \, (y \;\; b \neq 0)$

v) $< \vec{DA}, \vec{AC} > = < \vec{DA}, \vec{AM} + \vec{MB} + \vec{BC} > =$

$= < \vec{DA}, \vec{AM} > + < \vec{DA}, \vec{MB} > + < \vec{DA}, \vec{BC} > = 0 + < \vec{DA}, \vec{MB} > + 0 = |\vec{MB}|^2 = 4$

4) i) $\vec{u} = 3\,\vec{i} - 2\,\vec{j} = -2\,\vec{j} + \frac{3}{2} 2\,\vec{i}$ => $\vec{u} = \left[-2, \frac{3}{2}\right] en \, (\vec{j}, 2\vec{\text{i}})$

ii) $\vec{w} = 0\,\vec{u} - 2\,\vec{v}$

iii) a[-1,4] + b[2,-8] = [1,1] <=> $\begin{cases} -a+2\text{b}=1 \\ 4\text{a}-8\text{b}=1 \end{cases}$

Como el sistema es Incompatible, no existe la CL de $\vec{v}$ y $\vec{w}$ igual a [1,1]

iv) Si no genera el vector [1,1], no genera todos los vectores del plano.

Si no genera el plano, entonces no es base, pues para ser base, tiene que generar el plano, y ser L.I.