

- 1) a) i) Determinar cotas, máximo, mínimo y extremos en el conjunto
 :

$$A = \{x \in \mathbb{R} / |x+2| - 1 \leq 0\}$$

ii) Demostrar que : si α es $\underline{\text{ext}}(B)$, $k > \alpha \Rightarrow \exists a \in A / \alpha \leq a < k$

b) a) Sea $f : f(x) = |x^2 - 4| - x(x - 2) - 4$

i) Graficar

Sea $A = \{x \in \mathbb{R} / f(x) \leq 0\}$. Indicar existencia de cotas, extremos, máximo y/o mínimo de A.

c) Sea $g : g(x) = 3x - 3$

i) Demostrar, usando la def. que $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = -6$

ii) Sea $h : h(x) = |x - 1|$, estudiar raíces y signo de

$t : t(x) = h(x) - g(x)$ (aproximar raíz de t con error < 0.1)

- 2) a) Verdadero o Falso?. Fundamentar respuesta.

i) si $x \in \mathbb{R}^+ \Rightarrow |Lx + x| = |Lx| + |x|$

ii) si $x \in \mathbb{R}$, $x < 3 \Rightarrow \left| \frac{e^{x-4} \cdot (2x-8)}{5-x} \right| = e^{x-4} \frac{2x-8}{x-5}$

iii) si $x \in [-2, 1) \Rightarrow \frac{\sqrt{x+2}}{1-x} \geq 0$

b) Sea $f : f(x) = \frac{x-2}{x} e^{\frac{x-1}{x+3}}$

i) Estudiar dominio y signo de f

ii) Con los límites dados, graficar f

iii) ¿Existe el $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$?

¿ y el $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$?

Justificar respuestas.

$x \rightarrow$	$f(x) \rightarrow$
0^{\pm}	$\mp \infty$
-3^+	0
-3^-	$+\infty$
$\pm \infty$	e

3) a) Probar : i) $\text{sig}(e^x - 1) = \text{sig}(x)$ ii) $\text{sig}(e^x - e^y) = \text{sig}(x - y)$

b) Hallar cotas, extremos, etc en el conjunto:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{e^{x^2+3x} - e^2}{|x+2| - 3} \leq 0 \right\}$$

c) Sea $f : f(x) = \frac{4x-8}{x^2-4} L(x+4)$

x→	f(x)→
-4 ⁺	+∞
-2 [±]	±∞
2 [±]	L6
+∞	0

i) Estudiar dominio y signo de f

ii) Con los límites dados, graficar f

iii) ¿Existe el $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)$?

¿y el $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$?

Justificar respuestas.

4) a) Determinar cotas, máx., mín. y extremos en el siguiente conjunto:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{L|x-5|}{e^{x+2} - 3} \geq 0 \right\}$$

b) Verdadero o Falso ?. Fundamentar (si V: demostrar, si F: contraejemplo)

i) si M es $\text{máx}(B) \Rightarrow M+1$ es $\text{máx}(B)$

ii) si m es $\text{mín}(C) \Rightarrow m$ es $\text{ext}(C)$

iii) si k es $\text{cscot}(D) \Rightarrow -k$ es $\text{cot}(D)$

c) Se considera la función : $f : f(x) = \frac{x+3}{x^2+2x-3} e^{\frac{2x+6}{x-5}}$

i) Estudiar dominio y signo de f

ii) Graficar f, teniendo en cuenta los siguientes límites:

iii) Existe el $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$? ¿y el $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$?

x→	f(x)→
±∞	0
-3 [±]	-1/4
1 [±]	±∞
5 ⁻	0
5 ⁺	+∞

5) a) Demostrar, aplicando la definición de límite que :

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{9-x}{2} = 2$$

$x \rightarrow$ $f(x) \rightarrow$

b) Estudiar dominio, signo, y graficar :

$$f : f(x) = L|x-1| - x - 2$$

$\pm \infty$ $\mp \infty$
 1^\pm $-\infty$

6)a) Verdadero o Falso? Fundamental.

i) Si $x \in \mathfrak{R}$, $x > 2 \Rightarrow \left| \frac{e^x - 4}{2 - x} \right| = \frac{e^x - 4}{x - 2}$

ii) Si $x \in \mathfrak{R}^* \Rightarrow |e^x - x^2| < e^x + x^2$

iii) Si $x \in \mathfrak{R} \Rightarrow |x-y| \leq |x| + |y|$

b) Graficar $f : f(x) = |x+1| \cdot |x-3|$ (puede emplearse propiedad)

c) Estudiar dominio, signo, calcular signo y graficar:

$$f : f(x) = e^{x-1} - |x-2|$$

1)a) Verdadero o falso? Fundamentar.(si V:demostrar, si F: contraejemplo).

i) si $x \in \mathbb{R}, x > -6 \Rightarrow |-2x - 11| = 2x + 11$

ii) Si $x \in \mathbb{R}, \Rightarrow \left| \frac{(2x^2 + 3).(x - 3)}{e^{x-1}} \right| = \frac{2x^2 + 3}{e^{x-1}} | -x + 3 |$

2) a) Sea $f : f(x) = |2x + 6| - x - 3$

i) Graficar y estudiar signo de f

ii) Demostrar, aplicando la definición de límite, que: $\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = 3$

b) Resolver las inecuaciones :

i) $|2x + 6| < x + 3$ ii) $e^{x-3} < 7 - 2x$

c) Estudiar dominio, signo, y graficar :

$$f : f(x) = \frac{\sqrt{x^2(x+4)}}{x}$$

Se sabe:

$x \rightarrow$	$f(x) \rightarrow$
0^\pm	± 2
$+\infty$	$+\infty$

EXAMEN 6toE MATEMÁTICA "A" 1eraPRUEBA 4/06 LICEO N°3 NOCT.

2) a) ¿Verdadero o Falso ?. Fundamentar.(si V:dem.,si F:contraejemplo).

i) si $x \in \mathbb{R}, x < -1 \Rightarrow |3x + 2| = -3x - 2$

ii) si $x \in \mathbb{R}, \Rightarrow \left| \frac{e^{-x} \cdot (3-x)}{x^2+2} \right| = \frac{1}{e^x(x^2+2)} \cdot |x-3|$

iii) α es ext (A) $\Leftrightarrow \alpha$ es mínimo de A

b) Investigar existencia de cotas, extremos, máximo y mínimo en los siguientes conjuntos:

$A = \{ x \in \mathbb{R} / |x+3| \leq 1, x \neq -2 \}$ $B = \{ x \in \mathbb{R} / \sqrt{x \cdot (x^2-1)} \geq 0 \}$

c) Demostrar, aplicando las definiciones de límite :

i) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{-3x-2}{4} = 1$ ii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x-3) = +\infty$

- 3) a) Sea $f : f(x) = \frac{|x^2 - 2x|}{x^2 - 4}$
- i) Estudiar dominio y signo de f .
 - ii) Realizar un bosquejo gráfico de f , conociendo además los siguientes límites.
 - iii) ¿Existe el $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$? ¿y el $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$?

$x \rightarrow$	$f(x) \rightarrow$
$\pm\infty$	1
2^-	$-(1/4)$
2^+	$1/4$
$(-2)^-$	$+\infty$
$(-2)^+$	$-\infty$

b) Graficar $g : g(x) = |x^2 + 2x| - x^2$

1era Prueba Parcial

1) a) Verdadero o Falso? Fundamentar.

i) Si $x \in \mathbb{R} \Rightarrow |-x-3| = x+3$

ii) Si $x \in \mathbb{R}, x < -2 \Rightarrow \left| \frac{(-2x-3) \cdot (x+3)}{e^{x-3}} \right| = -\frac{2x+3}{e^{x-3}} |x+3|$

b) Sea $f : f(x) = \frac{x^2 - 1}{x} \cdot L\left(\frac{x+1}{x+7}\right)$

- i) Estudiar dominio y signo de f .
- ii) Calcular límites y hacer un bosquejo gráfico de f .
- iii) ¿Existe el $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$? ¿y el $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$? ¿y el $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$?
Justificar respuestas.

2) a) Verdadero o Falso? Fundamentar.

b) i) Estudiar dominio y signo, calcular límites y graficar:

$$f : f(x) = e^{x-1} + 2x - 3$$

ii) Completar y demostrar:

$$\left. \begin{array}{l} f(x) \approx e^{x-1} \\ x \rightarrow +\infty \\ \exists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \cdot L\left(\frac{x-2}{x+3}\right) \\ \text{iii) Calcular } \lim_{x \rightarrow +\infty} [(e^{x-1} + 2x - 3) \cdot L\left(\frac{x-2}{x+3}\right)] \end{array} \right\} \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \cdot L\left(\frac{x-2}{x+3}\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{x-1} \cdot L\left(\frac{x-2}{x+3}\right) \end{array}$$

- c) Sea $g : g(x) = |2x - 2| + 2x - 4$
- Graficar g .
 - Demostrar, aplicando def que : $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = 6$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

6toE. MAT" A" 1era Prueba Parcial 2/8/06 LICEO KENNEDY
Profesor : Sergio Weinberger **BPT**

1) a) Verdadero o Falso?. Fundamentar respuesta.

- si $x \in \mathfrak{R} \Rightarrow |e^x + x| = e^x + |x|$
- si $x \in \mathfrak{R} - \{5\} \Rightarrow$

$$\left| \frac{(x^2 + 1) \cdot (2x + 5)}{x - 5} \right| = (x^2 + 1) \cdot \frac{|2x + 5|}{x - 5}$$

b) Sea $f : f(x) = \frac{x - 3}{x - 1} e^{\frac{x - 2}{x + 2}}$

- Estudiar dominio y signo de f
- Calcular límites y graficar f
- ¿Existe el $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$?
 ¿ y el $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$?
 Justificar respuestas.

2) a) Sea $f : f(x) = |x + 4| - 2x - 4$

- Graficar f
 - Sea $A = \{x \in \mathfrak{R} / f(x) < 0\}$. Indicar cotas, extremos, máximo y/o mínimo de A .
- b) Sea $g : g(x) = 3x + 6$
- Demostrar, usando la def. que $\lim_{x \rightarrow -4} g(x) = -6$
 - Sea $h : h(x) = |x + 2|$, estudiar raíces y signo de $t : t(x) = h(x) - g(x)$
- c) i) Demostrar que si :
 $f(x)$ y $g(x)$ infinitos para $x \rightarrow +\infty$ $f(x) + g(x) - g(x)$
 $\text{ord}[f(x)] < \text{ord}[g(x)]$ $x \rightarrow +\infty$
- Calcular: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2Lx - e^x}{\sqrt{x + 3}}$

EXAMEN MATEMÁTICA 1eraPRUEBA 4/06

4) a) ¿Verdadero o Falso? Fundamental. (si V: dem., si F: contraejemplo).

i) si $x \in \mathbb{R}, x < -1 \Rightarrow |3x + 2| = -3x - 2$

ii) si $x \in \mathbb{R}, \Rightarrow \left| \frac{e^{-x} \cdot (3-x)}{x^2+2} \right| = \frac{1}{e^x(x^2+2)} \cdot |x-3|$

d) Demostrar, aplicando las definiciones de límite :

i) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{-3x - 2}{4} = 1$ ii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - 3) = +\infty$

e) Estudiar dominio, signo, calcular límites y graficar :

$$f : f(x) = \frac{x-3}{x+2} \cdot e^{\frac{1}{x-5}}$$

5) a) Sea $f : f(x) = \frac{|x^2 - 2x|}{x^2 - 4}$

iii) Estudiar dominio y signo, calcular límites y graficar f.

ii) ¿Existe el $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$? ¿y el $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$?

b) i) Demostrar que $\left. \begin{array}{l} \text{si } f(x) \text{ y } g(x) \text{ son infinitos para } x \rightarrow +\infty \\ \text{ord } f(x) < \text{ord } g(x) \end{array} \right\} \Rightarrow f(x) - 2g(x) \approx -$

ii) Calcular : $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 2e^x) \cdot L(1+1/x)$

1) a) Verdadero o Falso? Fundamental.

i) Si $x \in \mathbb{R}, x > 2 \Rightarrow \left| \frac{e^x - 4}{2 - x} \right| = \frac{e^x - 4}{x - 2}$

ii) Si $x \in \mathbb{R}^* \Rightarrow |e^x - x^2| < e^x + x^2$

b) Graficar $f : f(x) = |x+1| \cdot |x-3|$ (puede emplearse propiedad)

c) Estudiar dominio, signo, calcular signo y graficar:

$$f : f(x) = e^{x-1} - |x - 2|$$

2) a) Demostrar, aplicando la definición de límite :

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{6 - 2x}{5} = 2 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} L(2x-1) = +\infty$$

b) i) Completar y demostrar:

$$\left. \begin{array}{l} g(x) \sim h(x) \\ x \rightarrow +\infty \\ \exists \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \cdot g(x) \end{array} \right\} \longrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \cdot g(x) = \dots\dots\dots$$

ii) Calcular $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x L\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$

c) Sea $f : f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x - 2} L_X$

- i) Estudiar dominio y signo, calcular límites y graficar f.
- ii) ¿ $\exists \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$? ¿y el $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$? . Justificar respuesta.

PARCIAL MATEMÁTICA 6toE 21/6/06

1) a) Demostrar, aplicando las definiciones de límite :

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{9-x}{2} = 3 \quad \text{ii) } \lim_{x \rightarrow +\infty} L(2x-3) = +\infty$$

b) Sea $f : f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x - 3} e^{\frac{2x-6}{x+2}}$

- v) Estudiar dominio, signo y calcular límites de f.
- vi) Graficar f, teniendo en cuenta el estudio hecho.
- iii) ¿existe el $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$?
- ¿y el $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$? Fundamentar respuestas.

2) a) i) Completar y demostrar:

$$\left. \begin{array}{l} g(x) \approx h(x) \\ x \rightarrow a \\ \exists \lim_{x \rightarrow a} f(x)/g(x) \\ h(x) \neq 0 \quad \forall x \in E^*(a, \delta) \end{array} \right\} \longrightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x)/g(x) = \dots\dots\dots$$

ii) Calcular $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{L(2x+8) - L(x+5)}{e^{3x+9} - 1}$

b) i) Determinar cotas, máximo, mínimo y extremos en el conjunto :

$$A = \{x \in \mathbb{R} / |x+2| - 1 \leq 0 \}$$

ii) Demostrar que : si α es $\underline{\text{ext}}(A)$, $k > \alpha \Rightarrow \exists a \in A / \alpha \leq a < k$

c) Estudiar dominio, signo, calcular límites y graficar :

$$f : f(x) = \frac{\sqrt{x^2(x+2)}}{x^2 - 3x}$$

1era PRUEBA PARCIAL MATEMÁTICA "A" 6toE

Prof: Sergio Weinberger.

2) a) ¿Verdadero o Falso?. Fundamentar respuesta.

i) si $x \in \mathbb{R}$, $x < -2 \Rightarrow |3x+5| = -3x-5$

ii) si $x \in \mathbb{R} \Rightarrow \left| \frac{(3-\sqrt{10})(1-x)}{2x^2+3} \right| = \frac{10-\sqrt{3}}{2x^2+3} |x-1|$

iii) si $A = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{e^x - 3}{Lx - 2} \geq 0 \right\} \Rightarrow A = (0, L3] \cup (e^2, +\infty)$

b) Estudiar dominio y signo, calcular límites y hacer bosquejo gráfico de:

$$f : f(x) = \frac{3x^2 + 3x - 6}{x^2 - x} e^{\frac{1}{x+2}}$$

3) a)

i) Demostrar , aplicando def : $\lim_{x \rightarrow +\infty} L(2x-3) = +\infty$

ii) Demostrar

$$\left. \begin{array}{l} \text{Si } f(x) \sim u(x) \\ x \rightarrow +\infty \\ g(x) \sim v(x) \\ x \rightarrow +\infty \\ \exists \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{u(x)}{v(x)}$$

iii) Demostrar que:

$$\left. \begin{array}{l} \text{si } f \text{ y } g \text{ son infinitos para } x \rightarrow +\infty \\ \text{ord } f(x) < \text{ord } g(x) \\ x \rightarrow +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow 2f(x) - 5g(x) \sim -5g(x)$$

iv) Calcular los límites : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2L|x| - 5x}{e^x + \sqrt{x^2 - 1}}$

b) Estudiar dominio y signo, calcular límites y hacer bosquejo gráfico de:

$$f : f(x) = \frac{L(x+3) + 2x + 4}{x+2}$$

6toE. MAT"A" 1era Prueba Parcial 7/8/06 LICEONº3NOCT.
 Profesores : Schimid, Weinberger

3) a) Sea $f : f(x) = |x^2 - 4| - x(x - 2) - 4$

i) Graficar f

ii) E1 : Resolver $f(x) \leq 0$

E2 : Sea $A = \{x \in \mathfrak{R} / f(x) \leq 0\}$. Indicar existencia de cotas, Extremos, máximo y/o mínimo de A.

b) Sea $g : g(x) = 3x - 3$

i) Demostrar, usando la def. que $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = -6$

ii) Sea $h : h(x) = L|x - 1|$, estudiar raíces y signo de

$t : t(x) = h(x) - g(x)$ (aproximar raíz de t con error < 0.1)

c) Verdadero o falso? Justificar respuesta.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Si } \varphi \text{ es una función/ } \lim_{x \rightarrow a^+} \varphi(x) = \alpha^2 + 1 \text{ con } \alpha \in \mathfrak{R} \\ \lim_{x \rightarrow a^-} \varphi(x) = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow \nexists \lim_{x \rightarrow a} \varphi(x)$$

