6to INGENIERIA MATEMATICA “A” 2008

PREPARACION 1ERA PRUEBA PARCIAL

1) a)i) Determinar cotas, máximo, mínimo y extremos en el conjunto :

$$A= \{ x\in \Re / \ L|x+2|-1 \leq 0 \}$$

ii) Demostrar que : si α es $\underline{ext}(B)$, k> α $\Rightarrow \exists a\in A/ \ \alpha \leq a<k$

b) a) Sea f : f (x) = $|x^2-4|-x(x-2)-4$

i) Graficar

Sea A = $\{x\in \Re \ / \ f(x) \leq 0\}$. Indicar existencia de cotas, extremos, máximo y/o mínimo de A.

c) Sea g : g(x)= 3x-3

i)Demostrar, usando la def. que $\text{lím}_{x\to -1} g(x) = -6$

ii)Sea h:h(x)=$L|x-1|$, estudiar raíces y signo de

t : t(x) = h(x) - g(x) (aproximar raíz de t con error < 0.1)

2) a)Verdadero o Falso?. Fundamentar respuesta.

i)si $x\in \Re^+ \Rightarrow |Lx+x| = |Lx|+|x|$

ii)si $x\in \Re$, x<3 $\Rightarrow \left|\dfrac{e^{x-4}.(2x-8)}{5-x}\right| = e^{x-4}\dfrac{2x-8}{x-5}$

iii)si x $\in$[-2,1) $\Rightarrow \dfrac{\sqrt{x+2}}{1-x} \geq 0$

b) Sea f : f (x) = $\dfrac{x-2}{x} e^{\frac{x-1}{x+3}}$

x→	f(x)→
$0^{\pm}$	$\mp\infty$
-3^{+}	0
-3^{-}	$+\infty$
$\pm\infty$	e

i) Estudiar dominio y signo de f

ii) Con los límites dados, graficar f

iii) ¿Existe el $\text{lím}_{x\to 0} f(x)$?

¿ y el $\text{lím}_{x\to -3} f(x)$?

Justificar respuestas.

3) a) Probar : $i)\ sig(e^x - 1) = sig(x)$ $ii)\ sig(e^x - e^y) = sig(x - y)$

b) Hallar cotas, extremos, etc en el conjunto:

$$A = \left\{ x \in R / \frac{e^{x^2+3x} - e^2}{|x+2| - 3} \leq 0 \right\}$$

c) Sea $f : f(x) = \frac{4x-8}{x^2-4} L(x+4)$

x→	f(x)→
-4^+	$+\infty$
$-2^{\pm}$	$\pm\infty$
$2^{\pm}$	L6
$+\infty$	0

i)Estudiar dominio y signo de f

ii) Con los límites dados, graficar f

iii) ¿Existe el $\lim_{x \to -4} f(x)$?

¿ y el $\lim_{x \to 2} f(x)$?

Justificar respuestas.

4) a) Determinar cotas, máx.,mín. y extremos en el siguiente conjunto:

$$A = \left\{ x \in R / \frac{L|x-5|}{e^{x+2} - 3} \geq 0 \right\}$$

b) Verdadero o Falso ?. Fundamentar (si V: demostrar, si F: contraejemplo)

$i)$ si M es máx(B) $\Rightarrow$ $M+1$ es máx(B)

$ii)$ si m es mìn$(C) \Rightarrow m$ es $\underline{ext}(C)$

$iii)$ si k es $\overline{\cot}(D) \Rightarrow -k$ es $\underline{\cot}(D)$

c) Se considera la función : $f : f(x) = \frac{x+3}{x^2+2x-3} e^{\frac{2x+6}{x-5}}$

x→	f(x)→
$\pm\infty$	0
$-3^{\pm}$	$-1/4$
$1^{\pm}$	$\pm\infty$
5^-	0
5^+	$+\infty$

i) Estudiar dominio y signo de f

ii) Graficar f, teniendo en cuenta los siguientes límites:

iii) Existe el $\lim_{x \to -3} f(x)$? ¿y el $\lim_{x \to 5} f(x)$?

5) a) Demostrar, aplicando la definición de límite que :

$$\lim_{x\to 5} \frac{9-x}{2} = 2$$

x→	f(x)→
$\pm\infty$	$\mp\infty$
$1^{\pm}$	$-\infty$

b) Estudiar dominio, signo, y graficar :

$$f : f(x) = L|x-1| - x - 2$$

6)a) Verdadero o Falso? Fundamentar.

i) Si x∈$\Re$, x>2 $\Rightarrow$ $\left|\frac{(e^x - 4)}{2-x}\right| = \frac{e^x - 4}{x-2}$

ii) Si x∈$\Re^*$ $\Rightarrow$ $|e^x - x^2| < e^x + x^2$

iii) Si x∈$\Re$ $\Rightarrow$ |x-y| ≤ |x| + |y|

b) Graficar f : f(x)=| x+1| .| x-3| (puede emplearse propiedad)

c) Estudiar dominio, signo, calcular signo y graficar:

$$f : f(x) = e^{x-1} - |x-2|$$

1)a) Verdadero o falso? Fundamentar.(si V:demostrar, si F: contraejemplo).

i) si x∈$\Re$, x > -6 $\Rightarrow$ $|-2x-11| = 2x+11$

ii) Si x∈$\Re$, $\Rightarrow$ $\left|\frac{(2x^2+3).(x-3)}{e^{x-1}}\right| = \frac{2x^2+3}{e^{x-1}}|-x+3|$

2) a) Sea $f : f(x) = |2x+6| - x - 3$

i) Graficar y estudiar signo de f

ii) Demostrar, aplicando la definición de límite, que: $\lim_{x\to -4} f(x) = 3$

b) Resolver las inecuaciones :

i) $|2x+6| < x+3$ ii) $e^{x-3} < 7-2x$

c) Estudiar dominio, signo, y graficar :

$f : f(x) \; \dfrac{\sqrt{x^2(x+4)}}{x}$

Se sabe:

$x \to$	$f(x) \to$
$0^{\pm}$	± 2
$+\infty$	$+\infty$

2) a) ¿Verdadero o Falso ?. Fundamentar.(si V:dem.,si F:contraejemplo).

i) si $x \in R$, $x < -1 \Rightarrow |3x+2| = -3x-2$

ii) si $x \in R$, $\Rightarrow \left| \dfrac{e^{-x}.(3-x)}{x^2+2} \right| = \dfrac{1}{e^{x}(x^2+2)} . |x-3|$

iii) α es $\underline{\text{ext}}$ (A) $\Leftrightarrow$ α es mínimo de A

b) Investigar existencia de cotas, extremos, máximo y mínimo en los siguientes conjuntos:

$A = \{ x \in R / |x+3| \leq 1, x \neq -2 \}$ $\quad$ $B = \{ x \in R / \sqrt{x.(x^2-1)} \geq 0 \}$

c) Demostrar, aplicando las definiciones de límite :

i) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{-3x-2}{4} = 1$ $\quad$ ii) $\lim\limits_{x \to +\infty} (2x-3) = +\infty$

3) a) Sea f : $f(x) = \dfrac{|x^2 - 2x|}{x^2 - 4}$

$x \to$	$f(x) \to$
$\pm\infty$	1
2^-	-(1/4)
2^+	1/4
$(-2)^-$	$+\infty$
$(-2)^+$	$-\infty$

i) Estudiar dominio y signo de f.

ii) Realizar un bosquejo gráfico de f, conociendo además los siguientes límites.

iii) ¿Existe el $\lim\limits_{x \to -2} f(x)$? ¿y el $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$?

b) Graficar g : $g(x) = |x^2+2x| - x^2$

1) a) Verdadero o Falso? Fundamentar.

i) Si $x \in \Re \Rightarrow |-x-3| = x+3$

ii) Si $x \in \Re$, $x < -2 \Rightarrow \left| \dfrac{(-2x-3).(x+3)}{e^{x-3}} \right| = -\dfrac{2x+3}{e^{x-3}} |x+3|$

b) Sea $f : f(x) = \dfrac{x^2-1}{x} . L\left(\dfrac{x+1}{x+7}\right)$

i) Estudiar dominio y signo de f.

ii) Calcular límites y hacer un bosquejo gráfico de f.

iii) ¿Existe el $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$? ¿ y el $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$? ¿y el $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$?

Justificar respuestas.

2) a) Verdadero o Falso? Fundamentar.

b) i) Estudiar dominio y signo, calcular límites y graficar:

$$f : f(x) = e^{x-1} + 2x - 3$$

ii) Completar y demostrar:

$$\left.\begin{array}{l} f(x) \approx e^{x-1} \\ x \to +\infty \\ \\ \exists \lim\limits_{x \to +\infty} f(x).\, L\left(\dfrac{x-2}{x+3}\right) \end{array}\right\} \longrightarrow \lim_{x \to +\infty} f(x).\, L\left(\frac{x-2}{x+3}\right) = \lim_{x \to +\infty} e^{x-1}.\, L\left(\frac{x-2}{x+3}\right)$$

iii) Calcular $\lim_{x\to+\infty} [(e^{x-1} + 2x - 3).\, L\left(\frac{x-2}{x+3}\right)]$

c) Sea $g : g(x) = |2x - 2| + 2x - 4$

i) Graficar g.

ii) Demostrar, aplicando def que : $\lim\limits_{x\to 3} g(x) = 6$ y $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$

1) a)Verdadero o Falso?. Fundamentar respuesta.

i) si $x \in \Re \Rightarrow |e^x + x| = e^x + |x|$

ii) si $x \in \Re - \{5\} \Rightarrow$

$$\left|\frac{(x^2+1).(2x+5)}{x-5}\right| = (x^2+1).\frac{|2x+5|}{x-5}$$

b) Sea $f : f(x) = \dfrac{x-3}{x-1}\, e^{\frac{x-2}{x+2}}$

iii) Estudiar dominio y signo de f

iv) Calcular límites y graficar f

iii) ¿Existe el $\lim_{x\to 1} f(x)$?

¿ y el $\lim_{x\to -2} f(x)$?

Justificar respuestas.

2) a) Sea f : f (x) = $|x+4|-2x-4$

i) Graficar f

ii) Sea A = $\{x \in \Re \ / \ f(x) < 0\}$. Indicar cotas, extremos, máximo y/o mínimo de A.

b) Sea g : g(x)= 3x+6

i) Demostrar, usando la def. que $\lim_{x\to -4} g(x) = -6$

ii) Sea h:h(x)= $L|x+2|$, estudiar raíces y signo de t : t(x) = h(x) - g(x)

c) i) Demostrar que si :

f (x) y g (x) infinitos para $x\to+\infty$; ord[f(x)]<ord[g(x)] $\Rightarrow$ $f(x)+g(x) \underset{x\to+\infty}{\sim} g(x)$

ii) Calcular: $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{2Lx - e^x}{\sqrt{x+3}}$

4) a) ¿Verdadero o Falso ?. Fundamentar.(si V:dem.,si F:contraejemplo).

i) si $x\in R$, $x< -1$ $\Rightarrow$ $|3x+2| = -3x-2$

ii) si $x\in R$, $\Rightarrow \left|\dfrac{e^{-x}.(3-x)}{x^2+2}\right| = \dfrac{1}{e^x(x^2+2)} \, . \, |x-3|$

d) Demostrar, aplicando las definiciones de límite :

i) $\lim_{x\to -2} \dfrac{-3x-2}{4} = 1$ ii) $\lim_{x\to+\infty} (2x-3) = +\infty$

e) Estudiar dominio, signo, calcular límites y graficar :

$$f : f(x) = \frac{x-3}{x+2} \, . \, e^{\frac{1}{x-5}}$$

5) a) Sea f : $f(x) = \dfrac{|x^2-2x|}{x^2-4}$

iii) Estudiar dominio y signo, calcular límites y graficar f.

ii) ¿Existe el $\lim_{x\to -2} f(x)$? ¿y el $\lim_{x\to 2} f(x)$?

b) i) Demostrar que

si f(x) y g(x) son infinitos para $x\to+\infty$; ord f(x) < ord f(x) $\Rightarrow$ $f(x) - 2g(x) \approx -2g(x)$

ii) Calcular : $\lim_{x\to+\infty} (x^2 - 2e^x).L(1+1/x)$

1) a) Verdadero o Falso? Fundamentar.

i) Si $x \in \Re$, $x>2 \Rightarrow \left|\frac{(e^x-4)}{2-x}\right| = \frac{e^x-4}{x-2}$

ii) Si $x \in \Re^* \Rightarrow \left|e^x - x^2\right| < e^x + x^2$

b) Graficar f : $f(x)=|x+1| . |x-3|$ (puede emplearse propiedad)

c) Estudiar dominio, signo, calcular signo y graficar:

$$f : f(x) = e^{x-1} - |x-2|$$

2) a) Demostrar, aplicando la definición de límite :

i) $\lim\limits_{x \to -2} \frac{6-2x}{5} = 2$ $\qquad \lim\limits_{x \to +\infty} L(2x-1)=+\infty$

b) i) Completar y demostrar:

$$\left.\begin{array}{l} g(x) \underset{x \to +\infty}{\sim} h(x) \\ \exists \lim\limits_{x \to +\infty} e^x.g(x) \end{array}\right\} \longrightarrow \lim_{x \to +\infty} e^x.g(x) = \text{. . . . .}$$

ii) Calcular $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x L\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$

c) Sea $f : f(x) = \frac{x^2-2x}{x-2} Lx$

i) Estudiar dominio y signo, calcular límites y graficar f.

ii) ¿$\exists \lim\limits_{x \to 0} f(x)$? ¿y el $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$? . Justificar respuesta.

1) a) Demostrar, aplicando las definiciones de límite :

i) $lím_{x\to 3} \dfrac{9-x}{2} = 3$ ii) $lím_{x\to +\infty}$ L(2x-3)=+∞

b) Sea f : f (x) = $\dfrac{x^2-3x}{x-3}\, e^{\frac{2x-6}{x+2}}$

v) Estudiar dominio, signo y calcular límites de f.

vi) Graficar f, teniendo en cuenta el estudio hecho.

iii) ¿existe el $lím_{x\to 3} f(x)$?

¿y el $lím_{x\to -2} f(x)$? Fundamentar respuestas.

2) a) i) Completar y demostrar:

$$\left.\begin{array}{l} g(x) \approx h(x) \\ \quad x\to a \\ \exists\ \text{lím}\ f(x)/g(x) \\ \quad x\to a \\ h(x)\neq 0\ \forall x\in E^*(a,\delta) \end{array}\right\} \longrightarrow \underset{x\to a}{\text{lím}}\ f(x)/g(x) = \ldots\ldots\ldots$$

ii) Calcular $lím_{x\to -3} \dfrac{L(2x+8)-L(x+5)}{e^{3x+9}-1}$

b) i)Determinar cotas, máximo, mínimo y extremos en el conjunto :

A= $\{ x\in \Re /\ L|x+2|-1 \leq 0 \}$

ii) Demostrar que : si α es $\underline{ext}(A)$, k> α ⇒ ∃a∈A/ α ≤ a<k

c) Estudiar dominio,signo, calcular límites y graficar :

f : f(x) $\dfrac{\sqrt{x^2(x+2)}}{x^2-3x}$

2) a)¿Verdadero o Falso?. Fundamentar respuesta.

i) si x∈ℜ, x< -2 ⇒ | 3x+5| = - 3x-5

ii) si x∈ℜ ⇒ $\left|\dfrac{(3-\sqrt{10})(1-x)}{2x^2+3}\right| = \dfrac{10-\sqrt{3}}{2x^2+3}|x-1|$

iii) si A = $\left\{ x\in R / \dfrac{e^x-3}{Lx-2} \geq 0 \right\}$ ⇒ A=(0,L3] ∪ (e^2 ,+∞)

b) Estudiar dominio y signo, calcular límites y hacer bosquejo gráfico de:

$$f : f(x) = \frac{3x^2+3x-6}{x^2-x}\, e^{\frac{1}{x+2}}$$

3) a)

i) Demostrar , aplicando def : $\lim_{x\to+\infty} L(2x-3)=+\infty$

ii) Demostrar

$$\left.\begin{array}{l} \text{Si } f(x) \sim u(x) \\ \quad x\to+\infty \\ g(x) \sim v(x) \\ \quad x\to+\infty \\ \exists \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{g(x)} \end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to+\infty} \frac{u(x)}{v(x)}$$

iii) Demostrar que:

$$\left.\begin{array}{l} \text{si f y g son infinitos para } x\to+\infty \\ \text{ord } f(x) < \text{ord } g(x) \\ \quad x\to+\infty \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 2f(x) - 5g(x) \sim -5g(x) \\ \quad x\to+\infty \end{array}$$

iv) Calcular los límites : $\lim_{x\to\pm\infty} \dfrac{2L|x|-5x}{e^x+\sqrt{x^2-1}}$

b) Estudiar dominio y signo, calcular límites y hacer bosquejo gráfico de:

$$f : f(x) = \frac{L(x+3)+2x+4}{x+2}$$

3) a) Sea $f : f(x) = |x^2-4| - x(x-2) - 4$

i) Graficar f

ii) E1 : Resolver $f(x) \le 0$

E2 : Sea $A = \{x\in\Re \,/\, f(x) \le 0\}$. Indicar existencia de cotas, Extremos, máximo y/o mínimo de A.

b) Sea $g : g(x)= 3x-3$

i) Demostrar, usando la def. que $\lim_{x\to-1} g(x) = -6$

ii) Sea $h:h(x)= L|x-1|$, estudiar raíces y signo de

$t : t(x) = h(x) - g(x)$ (aproximar raíz de t con error < 0.1)

c) Verdadero o falso? Justificar respuesta.

$$\left.\begin{array}{l} \text{Si } \varphi \text{ es una función} / \lim_{x\to a^+} \varphi(x) = \alpha^2+1 \text{ con } \alpha\in\Re \\ \lim_{x\to a^-} \varphi(x) = -2 \end{array}\right\} \Rightarrow \nexists \lim \varphi(x)$$

1era PRUEBA PARCIAL 6toI2 MAT “A” 29/7/08	Liceo Nº3N
Prof: Sergio Weinberger.	

1) a) Sea $f : f(x) = \left|x^2 + 2x\right| - x^2$

i) Graficar f y estudiar su signo.

ii) Deteminar cotas, máximo, mínimo y extremos de:

A= $\{x \in R / f(x) \leq 0\}$

iii) Graficar : $g : g(x) = sgf(x)$.

¿Existe el $\lim\limits_{x \to 0} g(x)$? ¿y el $\lim\limits_{x \to -1} g(x)$?. Justificar respuestas.

b) Demostrar, aplicando las definiciones de límite:

i) $\lim\limits_{x \to 5} \frac{9-x}{4} = 1$ ii) $\lim\limits_{x \to +\infty} (e^{x-2} - 1) = +\infty$

iii) si $\lim\limits_{x \to a} h(x) = -3 \to \exists E^*(a,\delta) / \forall x \in E^*(a,\delta) \to h(x) < -1$

2) a) i) Graficar u(x)= L│x│-1

ii) Justificar que : sig (L│x│-1)= sig[(x+e)(x-e)] $\forall x \in R / x \neq 0$

b) Sea $f : f(x) = (x-1).(L\left|x^2 - 1\right| - 1)$

i) Estudiar dominio y signo de f.

ii) Graficar f, conociendo límites :

x→	f(x)→
$-1^{\pm}$	$+\infty$
$1^{\pm}$	0
$\pm\infty$	$\pm\infty$

iii) ¿Existe el $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$?¿y el $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$?.

Justificar respuestas.

1era PRUEBA PARCIAL 6toI1 MAT "A" 29/7/08 Liceo Nº3N
Prof: Edgardo Schimid

1) a) i) Probar que : $e^{2|A|}-(e+1).e^{|A|}+e\leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad |A|\leq 1$

ii) Resolver en R : $e^{2\left|\frac{2x+1}{x}\right|}-(e+1).e^{\left|\frac{2x+1}{x}\right|}+e\leq 0$

e indicar cotas, extremos, máximo y/o mínimo del conjunto solución.

b) Sea $f : f(x)=\dfrac{e^{-x}.\operatorname{sgn} x+1}{1+\operatorname{sgn}(x^2-2x)}$

i) Graficar f.

ii) Probar, usando la definición, que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=½$

iii) Indicar Verdadero o Falso. Justificar :

A) $\lim\limits_{x\to 2^+} E[f(x)]=0$

B) g es una función que cumple: $\left.\begin{array}{l} \\ \exists\alpha\in R^+ / |g(x)|<\alpha \ \forall E^*_{0,\delta} \\ \\ \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \lim\limits_{x\to o^-}(f.g)(x)=0$

2) a) i) Graficar u(x)= L|x|-1

ii) Justificar que : sig (L|x|-1)= sig[(x+e)(x-e)] $\forall x\in R / x\neq 0$

b) Sea $f : f(x)=(x-1).(L|x^2-1|-1)$

i) Estudiar dominio y signo de f.

ii) Graficar f, conociendo límites :

iii) ¿Existe el $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$?¿y el $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$?.
Justificar respuestas.

x→	f(x)→
$-1^{\pm}$	$+\infty$
$1^{\pm}$	0
$\pm\infty$	$\pm\infty$