

1) a) i) Demostrar que si :

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \infty \end{array} \right\} \rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + g(x) \approx g(x)$$

ii) Calcular : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2e^{\frac{1}{x}} + L|x|}{x^2}$

b) i) Demostrar que si :

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^+} u(x) = \frac{1}{2} \\ \exists \lim_{x \rightarrow 2^+} u(x).v(x) \end{array} \right\} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} u(x).v(x) \approx \frac{1}{2} v(x)$$

ii) EAYRG de $f : f(x) = \frac{x-2}{x} e^{\frac{1}{x-2}}$

2) a) Sea $f : f(x) = \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - x} L(x+1)$

i) EA y RG de f

ii) ¿ es f continua en 0 ? Fundamentar respuesta.

iii) Es posible aplicar el teorema de Bolzano a f en el intervalo

$$\left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right] ? \text{ ¿ y en el } \left[\frac{3}{2}, 3\right] ? \text{ Fundamentar respuestas.}$$

b) Demostrar que si:

$$\left. \begin{array}{l} h \text{ es continua en } (a-1, +\infty) \\ h(a) > 5 > h(b) \end{array} \right\} \Rightarrow \exists c \in (a, b) / h(c) = 5$$

c) i) Demostrar que

$$\left. \begin{array}{l} \text{si } f(x) \text{ y } g(x) \text{ son infinitos para } x \rightarrow +\infty \\ \text{ord } f(x) < \text{ord } g(x) \end{array} \right\} \Rightarrow f(x) - 2g(x) \approx -2g(x)$$

ii) Calcular : $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 2e^x).L(1+1/x)$

3) a) i) Completar y demostrar:

$$\left. \begin{array}{l} g(x) \approx h(x) \\ x \rightarrow a \\ \exists \lim_{x \rightarrow a} f(x)/g(x) \\ h(x) \neq 0 \quad \forall x \in E^*(a, \delta) \end{array} \right\} \longrightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x)/g(x) = \dots\dots\dots$$

ii) Calcular $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{L(2x+8) - L(x+5)}{e^{3x+9} - 1}$

b) Verdadero o Falso. Fundamentar.

i) f cont. en (a,b) , $f(a) \cdot f(b) < 0 \Rightarrow \exists c \in (a,b) / f(c) = 0$

ii) f cont. en $[a,b]$, $f(a) > 0$, $f(b) < 0$ } $\Rightarrow f(c) \neq 0$
 $A = \{x \in [a,b] / f(x) > 0\}$, $c = \text{ext}(A)$

iii) $\left. \begin{array}{l} f(x) \sim u(x) \\ x \rightarrow +\infty \\ g(x) \sim v(x) \\ x \rightarrow +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow f(x)+g(x) \sim u(x)+v(x) \\ x \rightarrow +\infty$

iv) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\left(\frac{x^2 - 3x}{x+1} \right) \cdot e^{\frac{1}{x}} - x \right] = 0$

b) i) EA y RG de $g : g(x) = (2x + 4) \cdot e^x$

ii) Estudiar continuidad, derivabilidad en -2 y en 1 y graficar :

$$h : h(x) = \begin{cases} (2x + 4) \cdot e^x & \text{si } x < -2 \\ x + 2 & \text{si } -2 \leq x \leq 1 \\ \sqrt{x + 1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

4)

a) i) Demostrar que si :

$$\left. \begin{array}{l} f(x) \text{ y } g(x) \text{ infinitos para } x \rightarrow +\infty \\ \text{ord}[f(x)] < \text{ord}[g(x)] \end{array} \right\} \Rightarrow f(x) - 3g(x) + 3 \sim -3g(x) \\ x \rightarrow +\infty$$

ii) Calcular: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{Lx - 3e^x + 3}{\sqrt{x+3}}$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{L|x| - 3e^x}{x(x^2 + 3)}$

Justificar procedimiento mencionando cada teorema empleado.

5) a) Sea $f : f(x) = L|x + 3| + 2x + 4$

- i) Demostrar, aplicando el teorema de Bolzano, que f tiene una raíz en $(-2,5 ; -1)$
- ii) Verificar si en el intervalo anterior hay una raíz entera.
- iii) EAYRG de f .

1) a) EA y RG de : $f : f(x) = x + 1 + \frac{4}{x - 3}$ sin f "

b) Sea

$$g : g(x) = \begin{cases} x + 1 + \frac{4}{x - 3} & \text{si } x \leq 1 \\ -3Lx & \text{si } 1 < x < 2 \\ \sqrt{x - 2} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

- i) Estudiar continuidad y derivabilidad de g en 1 y en 2.
 - ii) Graficar g
- c) Verdadero o falso? Fundamentar.
- i) si $\lim_{x \rightarrow a^{\pm}} w(x) = \alpha \in \mathbb{R} \Rightarrow w$ es cont.en a
 - ii) Si g y h son infinitos para $x \rightarrow a$ } $\Rightarrow \text{ord}(h(x) - g(x)) = \text{ord}(2g(x))$
 $\text{ord}(g) > \text{ord}(h)$ " " } $x \rightarrow a$

I)a)i) Completar el enunciado y demostración del siguiente teorema:

$$\left. \begin{array}{l} f(x) \quad u(x) \\ x \rightarrow a \\ g(x) \quad v(x) \\ x \rightarrow a \\ \exists \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\dots}{\dots}$$

Demostración :

Multiplico y divido por $u(x)$ y $v(x)$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{u(x)} \cdot \frac{v(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\dots}{\dots}$$

$x^2 - 4$ por teo

ii) Calcular : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{L(x^2 + x - 5)}$. Justificar procedimiento.

b)i) EA y RG de : $f : f(x) = L(x+1) - \frac{x}{x+1}$.

ii) Sea g :

$$g(x) = \begin{cases} L(x+1) - \frac{x}{x+1} & \text{si } x \geq 1 \\ 1 - x^2 & \text{si } 0 < x < 1 \\ |x+1| & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

- Estudiar continuidad y derivabilidad de g en 0 y en 1.

Graficar g .