PREPARACIÓN 2da SUMATIVA 6toI MAT"A" 2008 Prof.Sergio Weinberger

1) a) i) Demostrar que si :

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 2 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = \infty\end{array}\right\} \quad \to \quad f(x) + g(x) \underset{x\to-\infty}{\approx} g(x)$$

ii) Calcular : $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2e^{\frac{1}{x}} + L|x|}{x^2}$

b) i) Demostrar que si :

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to2^+} u(x) = \dfrac{1}{2} \\ \exists \lim\limits_{x\to2^+} u(x).v(x)\end{array}\right\} \quad \to \quad u(x).v(x) \underset{x\to2^+}{\approx} \frac{1}{2} v(x)$$

ii) EAyRG de $f : f(x) = \dfrac{x-2}{x} e^{\frac{1}{x-2}}$

2) a) Sea $f : f(x) = \dfrac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - x} L(x+1)$

i) EA y RG de f
ii) ¿ es f continua en 0 ?. Fundamentar respuesta.
iii) Es posible aplicar el teorema de Bolzano a f en el intevalo $\left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$? ¿ y en el $\left[\frac{3}{2}, 3\right]$? Fundamentar respuestas.

b) Demostrar que si:

$$\left.\begin{array}{l}\text{h es continua en (a-1,+oo)} \\ \text{h(a)>5>h(b)}\end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad \exists c \in (a,b) / h(c) = 5$$

c) i) Demostrar que

$$\left.\begin{array}{l}\text{si f(x) y g(x) son infinitos para } x\to+\infty \\ \text{ord f(x) < ord f(x)}\end{array}\right\} \quad \Rightarrow f(x) - 2g(x) \approx -2g(x)$$

ii) Calcular : $\lim\limits_{x\to+\infty} (x^2 - 2e^x).L(1+1/x)$

3) a) i) Completar y demostrar:

$$\left.\begin{array}{l} g(x) \approx h(x) \\ \quad x \to a \\ \exists \text{ lím } f(x)/g(x) \\ \quad x \to a \\ h(x) \neq 0 \ \forall x \in E^*(a,\delta) \end{array}\right\} \longrightarrow \underset{x \to a}{\text{lím}}\ f(x)/g(x) = \ldots\ldots\ldots$$

ii) Calcular $lím_{x \to -3} \dfrac{L(2x+8) - L(x+5)}{e^{3x+9} - 1}$

b) Verdadero o Falso. Fundamentar.

i) f cont. en (a,b), $f(a).f(b)<0 \Rightarrow \exists c \in (a,b)$ / $f(c)=0$

ii) $\left.\begin{array}{l} \text{f cont. en } [a,b],\ f(a)>0,\ f(b)<0 \\ A=\{x \in [a,b] \ /\ f(x)>0\},\ c=\text{ext}(A) \end{array}\right\} \Rightarrow f(c) \not> 0$

iii) $\left.\begin{array}{l} f(x) \sim u(x) \\ x \to +\infty \\ g(x) \sim v(x) \\ x \to +\infty \end{array}\right\} \Rightarrow \underset{x \to +\infty}{f(x)+g(x) \sim u(x)+v(x)}$

iv) $\underset{x \to +\infty}{\text{lím}} \left[\left(\dfrac{x^2 - 3x}{x+1}\right).e^{\frac{1}{x}} - x \right] = 0$

b) i) EA y RG de $g: g(x) = (2x+4).e^x$

ii) Estudiar continuidad , derivabilidad en –2 y en 1 y graficar :

$$h: h(x) = \begin{cases} (2x+4).e^x & \text{si } \quad \mathbf{x < -2} \\ x+2 & \text{si } -2 \leq x \leq 1 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } \quad x > 1 \end{cases}$$

4)

a)i) Demostrar que si :

$$\left.\begin{array}{l} f(x) \text{ y } g(x) \text{ infinitos para } x \to +\infty \\ \text{ord}[f(x)] < \text{ord}[g(x)] \end{array}\right\} \Rightarrow \underset{x \to +\infty}{f(x) - 3g(x) + 3 \sim -3g(x)}$$

ii) Calcular: $\text{lím}_{x \to +\infty} \dfrac{Lx - 3e^x + 3}{\sqrt{x+3}}$ y $\text{lím}_{x \to -\infty} \dfrac{L|x| - 3e^x}{x(x^2+3)}$

<u>Justificar procedimiento mencionando cada teorema empleado.</u>

5) **a)** Sea $f: f(x) = L|x+3| + 2x + 4$

i) Demostrar, aplicando el teorema de Bolzano, que f tiene una raíz en (-2,5 ; -1)

ii) Verificar si en el intervalo anterior hay una raíz entera.

iii) EAyRG de f.

1) a) EA y RG de : $f: f(x) = x + 1 + \frac{4}{x-3}$ sin f ''

b) Sea

$$g: g(x) = \begin{cases} x + 1 + \frac{4}{x-3} & \text{si } x \leq 1 \\ -3Lx & \text{si } 1 < x < 2 \\ \sqrt{x-2} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

i) Estudiar continuidad y derivabilidad de g en 1 y en 2.

ii) Graficar g

c) Verdadero o falso? Fundamentar.

i) $\text{si } \lim_{x \to a^{\pm}} w(x) = \alpha \in R \quad \Rightarrow \quad \text{w es cont.en a}$

ii) $\left.\begin{array}{l} \text{Si g y h son infinitos para } x \to a \\ \quad \text{ord(g)>ord(h)} \quad \text{“} \quad \text{“} \end{array}\right\} \Rightarrow \underset{x \to a}{\text{ord(h(x)-g(x))=ord(2g(x))}}$

I)a)i)Completar el enunciado y demostración del siguiente teorema:

$$\left.\begin{array}{l} f(x) \underset{x\to a}{\sim} u(x) \\ g(x) \underset{x\to a}{\sim} v(x) \\ \exists \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} \end{array}\right\} \Longrightarrow \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$$

Demostración :

Multiplico y divido por u(x) y v(x)

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{u(x)} \cdot \frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots} \cdot \frac{v(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$$

$\frac{f(x)}{u(x)} \to$ ….,por.........

$\frac{v(x)}{g(x)} \to$ ....., por ....

= por teo ……

ii) Calcular : $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{e^{x^2-4} - 1}{L(x^2 + x - 5)}$ **. Justificar procedimiento.**

b)i) EA y RG de : f : $f(x) = L(x+1) - \dfrac{x}{x+1}$.

ii) Sea g: $g(x) = \begin{cases} L(x+1) - \dfrac{x}{x+1} & \text{si } x \geq 1 \\ 1 - x^2 & \text{si } 0 < x < 1 \\ |x+1| & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

- Estudiar continuidad y derivabilidad de g en 0 y en 1.

Graficar g.