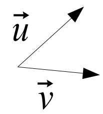
6º Ingeniería 1 - Matemática "B"– Liceo Nº 3 - Prof.:Marcelo Valenzuela

Práctico Nº4

Vectores en el plano.

1) Dados los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$:



a) Construya: $\vec{w}_1 = \frac{1}{2}(\vec{u}+\vec{v})+\vec{u}$ $\quad \vec{w}_2 = \frac{1}{2}(\vec{v}-\vec{u})$ y $\vec{w}_3 = \frac{1}{2}(\vec{u}+\vec{v})$

b) Verifique geométrica y analíticamente que $\vec{w}_2+\vec{w}_3=\vec{v}$

2) Si $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son dos vectores ortogonales cuyos módulos son 2 y 3 unidades respectivamente, ¿Cuál es el módulo de $\overrightarrow{v+w}$?

3) Dados dos vectores ortogonales $\vec{i}$ y $\vec{j}$ de igual módulo.

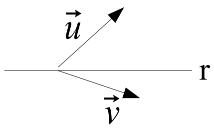
a) Construir: $\vec{w}_1=\vec{i}+\vec{j}$ $\quad \vec{w}_2=-2\vec{i}-2\vec{j}$ $\quad \vec{w}_3=2\vec{i}+3\vec{j}$

b) Utilizando trigonometría deduzca el ángulo entre $\vec{w}_1$ y $\vec{w}_3$

c) Siendo α el ángulo hallado verifique que $\cos(\alpha).\sqrt{26}=5$

4) Si $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son ortogonales ¿Qué condición tienen que cumplir $\vec{u}$ y $\vec{v}$, para que $\overrightarrow{u+v}$ sea ortogonal a $\overrightarrow{u-v}$?

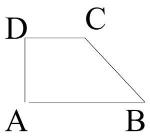
5) Dados los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ y la recta *r*



a) Construya un vector $k.\vec{v}$ tal que $k\vec{v}+\vec{u}$ tenga la misma dirección que la recta r $(k \in \mathbb{R})$.

b) Construya un vector $\alpha\vec{u}$ y un vector $\beta\vec{v}$ para que $\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}$ tenga la misma dirección que r y además $|\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}|=|2\vec{u}|$ ¿cuantos valores de α y β verifican tal condición? $(\alpha\ y\ \beta \in \mathbb{R})$

6) Dado un trapecio rectángulo $ABCD$ según figura $(\vec{AB}=2.\vec{DC}\ y\ |\vec{AD}|=|\vec{DC}|)$



a) Escriba $\vec{CB}$ como combinación lineal de $\vec{AD}$ y $\vec{AB}$.

b) Si M es un punto medio del segmento AD escriba $\overrightarrow{CM}$ como C.L. de $\overrightarrow{CB}$ y $\overrightarrow{AD}$

7) Sea ABCD un cuadrilátero cualquiera. Sean P y Q tal que $\overrightarrow{BP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AQ}=3\overrightarrow{AD}$.

a) Verificar que: $\overrightarrow{CP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$ y $\overrightarrow{CQ}=2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}$

b) Deducir que si ABCD es un paralelogramo entonces P, Q y C están alineados.

8) a) Dados 5 puntos tales que $\vec{OG} = 1/3(\vec{OA}+\vec{OB}+\vec{OC})$, Verifique que cualquiera sea O', se cumple que $\vec{O'G} = 1/3(\vec{O'A}+\vec{O'B}+\vec{O'C})$ (Sug.: $\vec{OA}=\vec{OO'}+\vec{O'A}$ .....)

b) Dados tres puntos A, B y C y otro punto cualquiera O del mismo plano. Probar que el extremo G del vector $\vec{OG}$, tal que $\vec{OG}$ = 1/3 ($\vec{OA}+\vec{OB}+\vec{OC}$) es el baricentro del triángulo ABC.

(Sug.: Observe que el punto G que verifica la condición es independiente del punto O elegido: después elegir O como uno de los puntos A B o C, y utilizar propiedad métrica)

9) Sea ABCD un cuadrado de lado 2. Indicar:
$<\vec{AB},\vec{BC}>$ $<\vec{AB},\vec{CD}>$ $<\vec{AB},\vec{AC}>$ $<\vec{AB},2\vec{DB}>$ $<3\vec{AB}+\vec{AC},2\vec{DB}>$

10) Sea ABCD un rombo, tal que $|\vec{AC}| = 2|\vec{BD}| = 4$, donde M es el punto de corte de las diagonales. Calular $<\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD}>$, $<\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BD}>$ y $<\overrightarrow{MC},\overrightarrow{AD}>$

11)¿Es $\vec{u}\,.<\vec{v},\vec{w}> = <\vec{u},\vec{v}>.\,\vec{w}$; $\forall\ \vec{u},\vec{v},\vec{w}$?

12)Resuelva el ejercicio 4 utilizando producto interno.

13)Demuestre utilizando propiedades de producto escalar que si dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son ortogonales se cumple que $|\vec{u}|^2+|\vec{v}|^2=|\vec{u}+\vec{v}|^2$.
(sug: calcular: $<u\vec{+}v,u\vec{+}v>$

14) Siendo $|\vec{v}| = 3$, $|\vec{w}| = 4$ y $|\vec{v}-\vec{w}| = 5$. Calcular $<\vec{v},\vec{w}>$.
(sug: utilizar convenientemente el teorema del coseno).

15) Sea AB un diámetro de una circunferencia de centro O, y P un punto cualquiera de la misma. Demuestre que el ángulo APB es recto, utilizando el producto interno.
(sug: $\overrightarrow{PA}=\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OA}$ ....)