Práctico Nº 5

1. Dados $\vec{u}$ y $\vec{v}$, dos vectores de coordenadas [2,-3] y [1,-4] respectivamente, asociados a una base ordenada ($\vec{i}$, $\vec{j}$).
   Hallar las coordenadas de los siguientes vectores respecto ($\vec{i}$, $\vec{j}$)
   a) $\vec{u} + \vec{v}$ b) $\vec{u} + 3\vec{v}$ c) $3\vec{u} - 2\vec{v}$ d) $-3.(\vec{u} + \vec{v})$

2. Que coordenadas debe tener P para que se verifique $3\overrightarrow{PQ} - 2\overrightarrow{QR} = \vec{\sigma}$. Siendo Q(3,2) y R(-1,5).

3. Dada una base ($\vec{i}$, $\vec{j}$). Indicar si los siguientes conjuntos pueden formar una base del plano.
   a) $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ b) $\{\vec{u}', \vec{v}\}$ c) $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ d) $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{\sigma}\}$ e) $\{\vec{u}, \vec{\sigma}\}$
   Siendo $\vec{u}$ = [2,3]; $\vec{v}$ = [-1,3]; $\vec{u}$ ' = [4,-2] y $\vec{w}$ = [0,1]. (Resolver analíticamente)

4. Si $\vec{u}$ = [-2,4] en ($\vec{i}$, $\vec{j}$) , hallar las coordenadas de $\vec{u}$ en:
   a) ($\vec{j}$, $\vec{i}$)   b) ($-\vec{j}$, $2\vec{i}$)

5. Si $\vec{u}$ = [1,2]; $\vec{v}$ = [4,3] y $\vec{t}$ = [8,1] en ($\vec{i}$, $\vec{j}$).
   a) Hallar las coordenadas de $\vec{t}$ en ($\vec{v}$, $\vec{u}$).   b)Hallar las coordenadas de $\vec{v}$ en ($\vec{t}$, $\vec{u}$).

6. Dados A y B, de coordenadas (x_0,y_0) y (x_1,y_1) respectivamente en ($\vec{i}$, $\vec{j}$). Halle las coordenadas del punto medio del segmento AB.

7. Si A(2,-1) y B(3,3), halle las coordenadas de C, simétrico de B respecto de A.

8. Si $A(x_0,y_0)$ y $B(x_1,y_1)$, halle las coordenadas de C, simétrico de A respecto de B.

9. Utilizando el ejercicio 9 del práctico 4, halle el baricentro del triángulo ABC, con A(1,3), B(5,-5) y C(-3,-1).

10. Dados A(-5,7) y B(1,-2); halle las coordenadas de los puntos M y N, tal que, $\overrightarrow{AM} = \overline{MN} = \overline{NB}$.

11. Dados el cuadrilátero ABCD, con $A(x_a,y_a)$, $B(x_b,y_b)$, $C(x_c,y_c)$ y $D(x_d,y_d)$ y los puntos medios de los respectivos lados Q, R , S y T. Verificar que $\overline{QR} = \overline{TS}$ y deducir la naturaleza de QRST.

12. Sean $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$ y $C(x_c, y_c)$ 3 puntos.
   a) Escribir usando un determinante, qué condición deben cumplir las coordenadas de los puntos para que $\vec{AB}$ y $\vec{AC}$ sean colineales.
   b) Idem, para que los 3 puntos estén alineados.
   c) Verifique que la ecuación obtenida en 2 es equivalente a:
   $$\begin{vmatrix} x_a & y_a & 1 \\ x_b & y_b & 1 \\ x_c & y_c & 1 \end{vmatrix} = 0$$
   d) Si A(1,-3) , B(2,5) y C(-3,k). Halle k para que A, B y C estén alineados

13. Si $\vec{u} = 3\vec{i} + \overrightarrow{2j}$ y $\vec{v} = 2\vec{i} - \overrightarrow{3j}$

a) Suponiendo que $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$ es una base ortonormal DEDUZCA $<\vec{i},\vec{j}>$ usando propiedades de producto interno (Indique que propiedad usa).

b) ¿Son ortogonales los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ independientemente de la base elegida? Según su respuesta: justifique demostrándolo, o mostrando un ejemplo donde no se cumpla.

c) ¿Puede ser el conjunto $\{\vec{u},\vec{v}\}$ Linealmente Independiente?.

Responda i) Suponiendo que es una base ortonormal. Justifique ii) Sin suponer nada sobre $\vec{i}$ y $\vec{j}$. Justifique

14. Sea $\vec{u}=[2,3]$ y $\vec{v}=[-5,6]$ en una base ortogonal $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$ con $|\vec{i}|=2$, $|\vec{j}|=1$
Calcular $<\vec{u},\vec{v}>$

Asuma que en los demás ejercicios, las coordenadas están expresadas en una base ortonormal $\left(\vec{i},\vec{j}\right)\left(\vec{i}\perp\vec{j};|\vec{i}|=|\vec{j}|=1\right)$

15. Dados A(-3,5) y B(1,7) y D(1,-5); los vértices de un paralelogramo ABCD. Hallar las coordenadas del punto C y las del punto de intersección de sus diagonales.

16. Sean los vectores $\vec{u}=[3,-4]$ y $\vec{v}=[4,-1]$ Halle:
a) $<\vec{u},\vec{v}>$ b) $|\vec{u}|$ y $|\vec{v}|$ c) $\left(\widehat{\vec{u},\vec{v}}\right)$

17. Demostrar que el triángulo ABC es equilátero: A(3,3); B(-3,-3) y $C(3\sqrt{3},-3\sqrt{3})$

18. Sea ABCD un cuadrado. Con A(2,3) y B(5,0)

i) Hallar coordenadas de $\vec{AB}$
ii) Hallar coordenadas de un vector de igual dirección de $\vec{AB}$ de módulo 2.
iii) Hallar coordenadas de todos los vectores $\vec{v}/\vec{v}\perp\vec{AB}$
iv) Hallar coordenadas de un vector ortogonal a $\vec{AB}$ de igual módulo que $\vec{AB}$
v) Hallar posibles coordenadas de C y D.
vi) Hallar el área del cuadrado ABCD.

19. Sea ABCD un rombo. Con A(1,0) y C(5,4).

i) Hallar coordenadas del centro del rombo.
ii) Hallar coordenadas de los puntos B y D, sabiendo que $|\vec{BD}|=\frac{3}{2}|\vec{AC}|$
iii) Hallar el área del rombo, y los ángulos en cada vértice.