Práctico Nº 6

1. Escribe las coordenadas de los puntos de la recta que pasa por A(-3,7) y tiene vector director $\vec{v} = [4,-7]$. Deduzca luego las ecuaciones paramétricas y general de la misma.

2. i) Escriba las ecuaciones paramétricas y general de las rectas que pasan por los puntos:
   a) P(5,-2) y Q(0,4)   b) M(3,7) y N(3,1)   c) A(0,7) y B(5,0)   d) E(0,0) y F(2,4)
   ii) Encuentre las coordenadas del punto en común entre las rectas a) PQ y MN   b) PQ y AB

3. Dada la ecuación, x + 3y = 3.   a) Escriba su conjunto solución
   b) Encuentre un punto y un vector que determinan una recta, cuyas coordenadas de sus puntos son los del conjunto solución hallado en a).

4. A) Indicar un punto y un vector director de cada una de las rectas cuyas ecuaciones son:
   a) 2x + y = 0   b) y = 3x – 8   c) x = 3   d) y = 0
   B) Represente en un sistema de ejes cada una de las rectas anteriores y los vectores directores encontrados.

5. Escribir la ecuación de cada una de las siguientes rectas:
   a) pasa por (-3,0) y es paralela a Oy.   b) pasa por (0,-5) y es paralela a Ox.
   c) pasa por (4,0) y es paralela a Ox

6. En la recta que determina los puntos (1,2) y (-3,-10) hallar un punto que tenga:
   a) abscisa = 6   b) ordenada =10   c) abscisa igual a su ordenada

7. Se consideran A (1,-1), B(3,-5) y C (-4,2).
   a) Hallar los puntos medios de los lados.
   b) Escribir las ecuaciones de las rectas que contienen a las medianas del triángulo ABC y verificar que concurren en un punto.

8. Dados $A(x_a, y_a)$ $B(x_b, y_b)$ y $C(x_c, y_c)$ alineados, indique el valor de:

$$\begin{vmatrix} x_a & y_a & 1 \\ x_b & y_b & 1 \\ x_c & y_c & 1 \end{vmatrix}$$

a partir de la condición de dependencia lineal entre vectores.

9. a) Escriba las coordenadas del conjunto de puntos de la recta r que pasa por A(3,-5) y tiene vector director $\vec{v}=[-1,3]$
   b) Escriba las ecuaciones paramétricas de r y deduzca la ecuación general a partir de ellas.
   c) Encuentre 2 puntos de la recta r, utilizando dos procedimientos distintos.
   d) Encuentre la ecuación de una recta que pase por O(0,0) y tenca vector director $\vec{v}$
   e) Encuentre la ecuación de una recta que sea *paralela* a la anterior, y pase por J(1,1)

10. Hallar la ecuación de la recta que:
   i) pasa por (-2,3) y tiene coeficiente angular 2.
   ii) pasa por (5,-1) y el ángulo que forma con respecto a Ox. es 45º. Sentido antihorario.
   iii) corta a Oy. en (0,5) y su coeficiente angular es -2.
   iv) corta a Ox. en x = 5; a Oy. en y = -2.
   v) pasa por (-1,3) y no tiene ningún punto en común con la recta de ecuación: x + 2y - 3=0.

11. a) Demostrar que la recta que pasa por los puntos (-1,0) y (1,3) es paralela a la que pasa por (2,1) y (3,5/2). Probarlo de dos formas: considerando vectores y sin considerarlos.
b) Hallar la ecuación de la recta que pasa por (-2,1) y es paralela a la que pasa por (0,1) y (1,3).

12. Sean las rectas r) ax - 2y - 1 = 0 y r')6x -4y - b = 0
Hallar para que valores de a y b, las rectas r y r':
i) tienen un sólo punto en común .
ii) no tienen ningún punto en común.
iii) tienen al menos tres puntos distintos en común.

13. Escribir la ecuación de la recta paralela a $y=\frac{-1}{2}x+\sqrt{7}$ que pasa por C(2,2)

14. Dadas r) ax +by+ c = 0 de vector director $\vec{u}$ y
s) a'x +b'y+ c' = 0 de vector director $\vec{v}$
Pruebe que si $\{\vec{u},\vec{v}\}$ es L.I. entonces existe un único punto cuyas coordenadas verifican el sistema determinado por las ecuaciones de r y s.

15. Dadas las ecuaciones parametricas de dos rectas r y s:

$r)\begin{cases} x=2+k \\ y=3-2k \end{cases}$ $s)\begin{cases} x=3-k \\ y=1+2k \end{cases}$

a) Obtenga un punto y un vector director de cada recta.
b) Verifique que los puntos hallados en "a" pertenecen cada uno a ambas rectas.
c) Pruebe que los vectores directores son L.D.
d)Verifique que las ecuaciones generales de r y s son equivalentes. ¿que implica esto?

16. Sean los conjuntos $\{(1-2k,2+2k);k\in\mathbb{R}\}$ y $\{(3+k,-k);k\in\mathbb{R}\}$ verificar que ambos conjuntos tienen los mismos elementos. (Sug: ejercicio anterior)

17. Sean dos rectas r y s: $r(A,\vec{u})$ y $s(B,\vec{v})$.
a)¿Qué condición es suficiente para asegurar que son coincidentes?
b) Verifique que si $A=B+3\vec{u}$ y $\vec{v}=k\vec{u}$ entonces r y s tienen ecuaciones generales equivalentes. $(A(x_a,y_a),\ \vec{u}=[x_u,y_u])$

18. Sean A(1,-2) , $\vec{u}=[-1,2]$, B(3,k), $\vec{v}=[h,-4]$, $r(A,\vec{u})$ y $s(B,\vec{v})$
a) Halle h para que r y s tengan igual dirección.
b) Para h hallado, encuentre k para que r sea coincidente con s.

19. Indique usando sólo vectores, por qué los conjuntos $\{(1+3k,2-k);k\in\mathbb{R}\}$ y $\{(1-k,-k);k\in\mathbb{R}\}$ no son iguales

20. Dadas las ecuaciones de dos lados de un paralelogramo:
r) 8x + 3y + 1 = 0 y s) 2x + y – 1 = 0; y la ecuación de una de sus diagonales:
t) 3x + 2y + 3 = 0. Determinar las coordenadas de los vértices del paralelogramo.

21. Discutir según $k\in\mathbb{R}$, el número de elementos de $r\cap r'$ siendo:
r) (k - 4)x + 9y + (4k - 15) = 0 y r') x + (k + 4)y + k = 0.

22. Las rectas r) x+ 2 y + 4 = 0 y s) 2x+ 4y +16 = 0 cortan a los ejes en 4 puntos. Indicar la naturaleza del cuadrilátero determinado por esos puntos y deducir su perímetro.