Práctico Nº 9

1. Escriba la ecuación del conjunto de circunferencias concéntricas cuyo centro común es el punto C(-2,3).

2. Halle la ecuación del conjunto de circunferencias. que:
   i) Tienen centro sobre el eje oy y pasan por el origen. ii)Pasan por los puntos A(2,-1); B(2,7).

3. a) Pruebe (analíticamente) que el eje radical entre dos circunferencias es perpendicular a la recta que pasa por sus centros
   b) Dadas: $\mathcal{C})\ x^2+y^2+ax+by+c=0$ $\mathcal{C}')\ x^2+y^2+a'x+b'y+c'=0$
   Pruebe que si un punto P pertenece a $\mathcal{C} \cap \mathcal{C}'$ entonces pertenece a todas las cfas. del haz.

4. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto A(1,-1) y pertenece al haz determinado por $\mathcal{C}$ y $\mathcal{C}'$:
   $\mathcal{C})\ x^2 + y^2 + 2x - 2y - 23 = 0$ $\mathcal{C}')\ x^2 + y^2 - 6x + 12y - 35 = 0$

5. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el origen de coordenadas y por los puntos de intersección de las dos circunferencias:
   $\mathcal{C})\ x^2 + y^2 + 6x + 2y - 15 = 0$ $\mathcal{C}')\ x^2 + y^2 - 4x + 8y + 11 = 0$

6. Calcular la distancia del centro de la circunferencia
   $\mathcal{C})\ x^2 + y^2 - 2x = 0$; a la recta que pasa por los puntos de intersección de las dos circunferencias:
   $\mathcal{C}')\ x^2 + y^2 + 5x - 8y + 1 = 0$ y $\mathcal{C}'')\ x^2 + y^2 - 3x + 7y - 25 = 0$ (Sol: 2)

7. El centro de una circunferencia está en la recta $x + y = 0$. Hallar la ecuación de esta circunferencia, si se sabe que pasa por los puntos de intersección de las dos circunferencias:
   $\mathcal{C})\ (x-1)^2 + (y+5)^2 = 50$, $\mathcal{C}')\ (x+1)^2 + (y+1)^2 = 10$ *Sol: .* $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 10$

8. Sea $\mathcal{C})\ x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ y $\mathcal{C}')\ x^2 + y^2 - 3x - 2y - 19 = 0$.
   a)Hallar el eje radical a ambas.
   b) Escribir la ecuación del haz de circunferencias determinado por $\mathcal{C}$ y $\mathcal{C}'$
   c) Escriba la ecuación de la cfa del haz que pasa por el origen de coordenadas.
   d) Sea r) $ax + by + c= 0$ la ecuación del eje radical hallado en "a".
   Verifique que la ecuación obtenida en "c" también se puede obtener hallando λ en:
   $$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 + \lambda (ax+by+c) = 0$$

9. Escribir las ecuaciones de las circunferencias de radio $r = \sqrt{5}$, que son tangentes a la recta $x - 2y - 1 = 0$ en el punto M(3,1). Intente hacerlo considerando un haz de circunferencias determinado por una cfa. y una recta. (sug: Un punto es una cfa...)

10. a) Deducir la ecuación del haz de circunferencias tangentes a la recta $y = -x$ en el origen.
    b) Probar que todas los centros pertenecen a la recta $y = x$.

11. Sean $\mathcal{C})\ x^2+y^2-2x+2y+k(-2x-2y+1) = 0$
    $\mathcal{C}')\ x^2+y^2+k(-4x-2y) = 0$
    a) Probar que el eje radical de $\mathcal{C}$ y $\mathcal{C}'$ pasa por un punto fijo P.
    b) Probar que las polares de P respecto de $\mathcal{C}$ y $\mathcal{C}'$ pasan cada una de ellas por un punto fijo. (hallarlo)

12. Dada $\mathcal{C})\ x^2+y^2-3x+4y = 0$:
    i) Encontrar el polo (R) de r) $-x+2y-7=0$ respecto de la cfa $\mathcal{C}$.
    ii) Calcule Pot $_{(R,\mathcal{C})}$ y deduzca $r \cap \mathcal{C}$. (piense.. no haga cuentas)