

CURSO DE GEOMETRÍA DESCRIPTIVA
(MATEMÁTICA “C”)

PRÁCTICOS AÑO 2008

PRÁCTICO 1

ESPACIO – POLIEDROS REGULARES.

CUBO

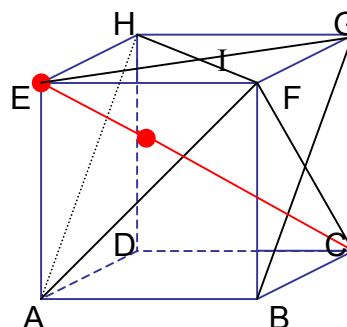
Se considera el cubo ABCDEFGH :

Sean M y N puntos medios de \overline{BF} y \overline{DH} respectivamente.

I es el centro de la cara EFGH.

1) Establecer en cada uno de los siguientes pares, posición relativa y hallar intersección:

- a) FM y AB b) EN y AD c) HN y DB
 d) BI y HD e) MN y BD f) (ABF) y (EHG)
 g) (ADG) y (HFB) h) (GED) y (HFB)
 i) (GED) y (ABC) j) (GED) y (HAB)
 k) DM y (HEF) l) HB y (EGD) m) AI con BCG



2) Demostrar que :

- a) $EA \perp (ABC)$ b) $EHD \perp (ABC)$ c) DBFH es un rectángulo
 d) $EB \perp (DAF)$
 e) i) $HB \perp (GED)$ ii) $HB \cap (GED) = \{P\}$ / P es centro del $\triangle GED$
 iii) $\overline{HP} = \frac{1}{3} \overline{HB}$

3) MAGNITUDES FUNDAMENTALES:

“a” : medida de los lados de las caras

“d” : medida de las diagonales de las caras.

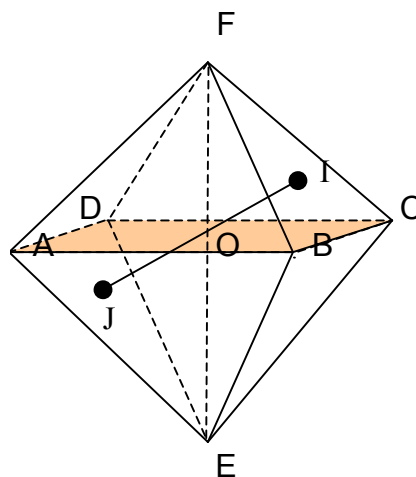
“d*” : medida de las diagonales del cubo ($\overline{HB}, \overline{AG}$)

Construir las magnitudes fundamentales conociendo una de ellas.
 (Realizar construcciones en los tres casos)

OCTAEDRO REGULAR

Se considera un octaedro regular ABCDEF, poliedro regular de ocho caras que son triángulos equiláteros iguales.

- 4) Probar que ABCD, EBFD y AECF son rombos.
- 5) Probar que $FE \perp (ABCD)$ y que los cuadriláteros de (1) son cuadrados. (se sabe que son rombos, es suficiente por ejemplo demostrar que sus diagonales son iguales).
- 6) Probar que $(ADF) \parallel (BEC)$.
- 7) Sean $O = EF \cap AC \cap BD$,
 $OI \perp (BCF), I \in (BCF). \triangle$
 $OJ \perp (ADE), J \in (ADE).$



- Probar que : i) I es centro de BCF
 ii) O es punto medio de \overline{IJ}

8) MAGNITUDES FUNDAMENTALES:

“a” : medida de los lados de las caras

“h” : medida de las alturas de las caras.

“d” : medida de las diagonales del octaedro ($\overline{EF}, \overline{AC}$ y \overline{BD})

“n” : distancia entre caras opuestas. (por ejemplo \overline{IJ}).

Construir las magnitudes fundamentales conociendo una de ellas.
 (Realizar construcciones en los cuatro casos)

TETRAEDRO REGULAR.

Se considera un tetraedro regular ABCD, poliedro regular de cuatro caras, triángulos equiláteros iguales. M,N,P,Q,R y S son puntos medios de aristas según figura.

9) Probar que $MN \perp AB$ y $MN \perp CD$
y $AB \parallel CD$.

10) Sean: $DI \perp (ABC)$, $I \in (ABC)$.
 $CJ \perp (ABD)$, $J \in (ABD)$.
 $O = DI \cap CJ \cap MN$

Probar que: \triangle

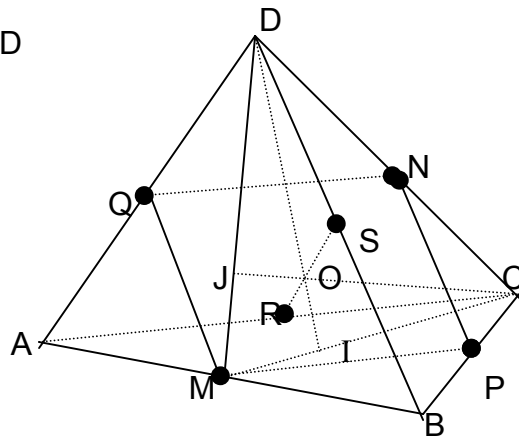
i) I es centro de $\triangle ABC$

ii) $\overline{IO} = \frac{1}{4} \overline{ID}$ iii) $\overline{MO} = \overline{NO}$

iv) (MNP) es plano mediador de RS

v) MNPQ es un cuadrado.

vi) $MN \perp PQ$



11) MAGNITUDES FUNDAMENTALES:

“a” : medida de los lados de las caras

“h” : medida de las alturas de las caras.

“H” : medida de las alturas del tetraedro (\overline{DI} , \overline{CJ} , etc.)

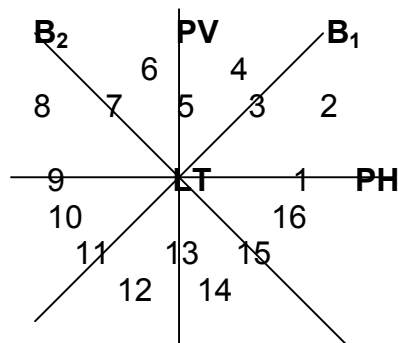
“n” : distancia entre aristas opuestas. (por ejemplo \overline{MN} , \overline{PQ} , etc.).

Construir las magnitudes fundamentales conociendo una de ellas.
(Realizar construcciones en los cuatro casos)

PRÀCTICO2

PROYECCIONES DE PUNTO-PROPIEDADES-TEO.DEL \perp

- 1) Representar en el depurado los siguientes puntos e indicar su ubicación respecto a los planos de proyección y bisectores, siguiendo las referencias del siguiente esquema :



A(4,3), B(3,5), C(4,-1), D(2,-4), E(-1,3), F(-3,-2), G(-4,1), H(-2,5),

I(-3,-3), J(4,-4), K(2,0), L(0,0), M(0,-5).

- 2) Representar la tercera proyección de los puntos anteriores, verificando la ubicación señalada.
- 3) Representar una pirámide VABC con : A(1,2,0), B(4,4,1), V(2,1,2), C(2,2,4).
- 4) Representar un cubo ABCDEFGH de 6 cm de arista con $(ABC) \equiv PH$, A(0,5), B(0,7). C con el $>$ alej. posible y E con la $>$ cota.
- 5) Representar un tetraedro regular ABCD de 6cm de arista con una cara ABC en un plano de perfil. A(2,3), B tiene cota 3 (con el $>$ alej.). D lo màs a la izquierda posible.
- 6) Representar un octaedro regular de 5 cm de arista con $(ABC) \equiv B_1$, AB//LT (A y B con 5cm de cota). C y D con la $>$ cota posible.
- 7) Se considera un prisma cuyas bases ABCD y EFGH son rectángulos (prisma no recto, EA no es \perp (ABC)). A(4,3,0), B(4,5), $\overline{AB} = 3\text{cm}$ C(6,...,0). E(7,3). $\overline{AE} = \overline{AC}$.
- Justificar que $A'B' \perp B'C'$.
 - “ “ $A''E'' = A'''C'''$ ”
 - Representar el prisma.

8) Se considera un octaedro regular ABCDEF de 4cm de arista con EF// LT
 O(5,6) es el centro del octaedro. $A \in \mathbf{B}_1$.

- Justificar que ABCD es un plano de perfil.
- Representar el octaedro

9) Verdadero o Falso?. Justificar respuesta.

- $$\left. \begin{array}{l} AB \not\perp PH \\ C \in AB \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'C'}}{\overline{A'B'}}$$
- $$\left. \begin{array}{l} \alpha \perp PH \\ AB \perp \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{A'B'}$$
- $$A\hat{B}C / AB // PH \Rightarrow A\hat{B}C = A'\hat{B}'C'$$
- $$\left. \begin{array}{l} r \perp\perp s \\ r \not\perp PH \quad s \not\perp PH \end{array} \right\} r' \perp s'$$

10) ABCDEFGH es un prisma recto de base rectangular ABCD. ($EA \perp (ABC)$)
 A(6,5,0), B(4,5,5), C(6,8), E tiene alejamiento 10.

- Representar ABCD
- Justificar que $A''E'' \perp A''B''$ y $A'E' \perp A'C'$
- Representar el prisma.

11)a) Representar una pirámide VABCD cuya base ABCD es un rectángulo, sabiendo además:

- A(3,2,0), C(7,4), V(5,.....,0).
- $AB // PV$, B tiene cota 4, $\overline{AB} = 5cm, \overline{AV} = 5cm$
 (B a la derecha de A).

b) Justificar la determinación de B,C y V.

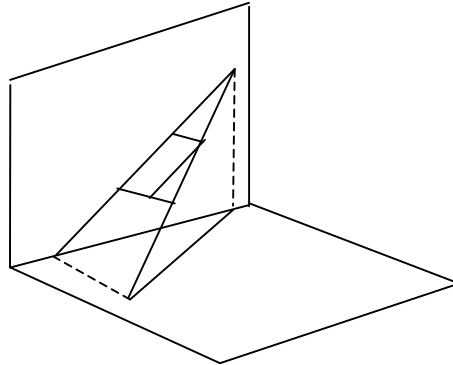
12)a) Representar un tetraedro regular ABCD de 5cm de arista, sabiendo:

- M(6,6) y N son puntos medios de \overrightarrow{AB} y \overrightarrow{CD} resp.
- $(CDM) \equiv \mathbf{B}_1$
- $CD // LT$ (C y D con la <cota posible)

b) Justificar la determinación de los vértices del tetraedro.

PRÁCTICO3 “VERDADERA MAGNITUD”- RECTA \perp PLANO

- 1) a) Justificar que, dado un segmento $\overline{AB} / \overline{AB} \perp PV, AB \perp PV$, la hipotenusa de un triángulo rectángulo que tiene como catetos $\overline{A''B''}$ y la diferencia de alejamientos entre A y B, mide \overline{AB} . (verdadera magnitud del segmento).



- b) Dados $A(5,3,0)$, $B(1,2,2)$, $C(5,2,5)$, $D(3,-3,5)$, $E(-2,2,6)$, hallar la “verdadera magnitud” de : $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}$ y \overrightarrow{DE} .

- c). Dados : Una recta r cualquiera y los puntos $A \in r$ y $B \notin r$, representar un triángulo $\triangle ABC$ isósceles con base \overline{BC} , con $\overline{AC} \subset r$.

- d) Representar $P(2,3)$ y $Q(5,4) / \overline{PQ} = 8cm$.

- 2) a) Representar un cuadrado de 10cm de lado con $A(5,5)$; $B(4,3)$, C tiene cota 7cm y el mayor alejamiento posible.

- b) En el mismo depurado de la parte a), representar un triángulo equilátero ABE y E con alejamiento 6.

- c) En el mismo depurado, representar una pirámide VABCD, siendo VA de perfil, $V(10,9)$.

- 3) Representar un tetraedro regular ABCD sabiendo que :

- a) $a = 4cm$, $A(2,3)$, AB horizontal, $alej(B) = 5cm$ (B a la derecha de A). $alej(C) = 6cm$ (con la mayor cota posible)

- b) $C(4,5)$, $M(5,6)$, (M es el punto medio de \overline{AB}), $\overline{CM} = 4cm$. D tiene alejamiento 4. (con la mayor cota posible)

- c) MN de perfil (M y N puntos medios de \overline{AB} y \overline{CD} respect.) $M(5,2)$, $N(1,4)$. B tiene cota 4. (lo mas a la derecha posible).

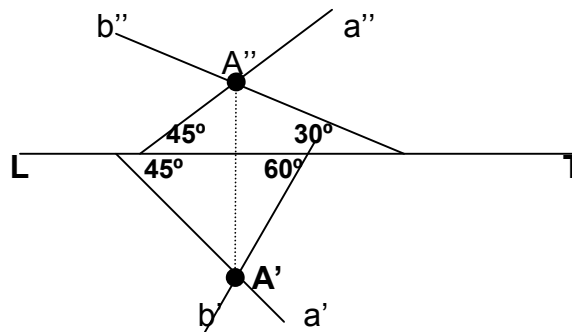
4) Representar un cubo ABCDEFGH sabiendo que :

- a) $a = 4\text{cm}$, $A(1,2)$, AB frontal, $\cot(B) = 3\text{cm}$ (B a la derecha de A).
 $\cot(C) = 4\text{cm}$ (con el mayor alej. posible). E con $>$ cota posible.
- b) $a = 4\text{cm}$, $A(2,3)$, AB de perfil, $\text{alej}(B) = 3\text{cm}$ $\text{alej}(G) = 6\text{cm}$
- c) $A(4,5)$, $F(1,3)$, $\overline{AF} = 5\text{cm}$. $\text{Alej}(H) = 4\text{cm}$. H y E con la $<$ cot $<$ posible.

5) Representar un octaedro regular ABCDEF sabiendo que :

- a) $O(7,6)$. (O centro del octaedro). $a = 4\text{cm}$. $B(5,5)$. $\text{alej}(C) = 6,5\text{cm}$
- b) AD horizontal, $a = 4\text{cm}$. $A(3,4)$. $\text{alej}(D) = 5\text{cm}$ (D a la derecha de A)
 $\overline{A'F'} = 3\text{cm}$. O con la $>$ cota posible.

6) Representar una pirámide ABCD con $\alpha = (\text{ABC})$. $\alpha = (a,b)$. $a \cap b = A(5,6)$
 $B(6,4)$, $AC = b$, $\overline{AB} = \overline{AC}$. CD horizontal. $D \in B_1$, $\overline{CD} = 4\text{cm}$



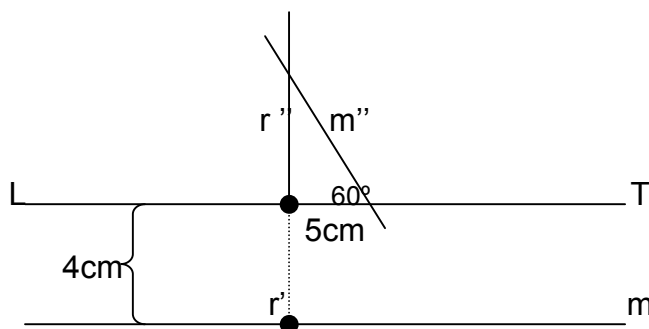
7) a) Representar un tetraedro regular ABCD de 6 cm de arista con $A(1,2)$
 $B(-2,5)$. $C \in PH$. D con la mayor cota posible.

b) Representar la sección del tetraedro con PH.

c) Representar la sección del tetraedro con el plano $\delta // PV$, $B \in \delta$

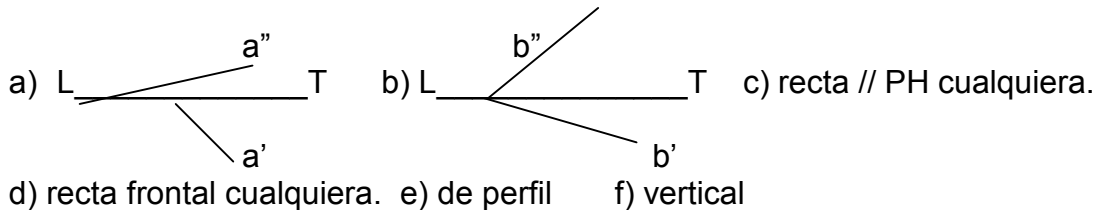
8) Representar un cubo ABCDEFGH sabiendo que $m \cap r = A$, $H \in m$.

(con la $<$ cota posible). $\overline{AH} = 6\text{cm}$. F coplanar con m y r. (F con la $>$ cota posible). El vértice E se tomará con el $<$ alejamiento posible.



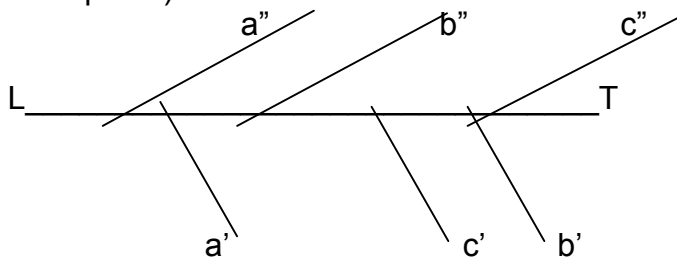
PRÁCTICO 4 - G.DESCRPTIVA :
PROYECCIONES DE RECTA. REPRESENTACIÓN DEL PLANO.TRAZAS.

- 1) Dada una recta de perfil AB / A(2,4) ; B(-3,6), determinar un punto C de la Recta cuyo alejamiento sea 5cm.
- 2) Hallar la intersección de cada una de las siguientes rectas con PH, PV(trazas), con B_1 y con B_2 :



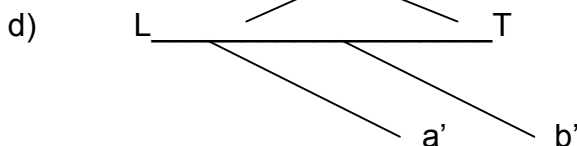
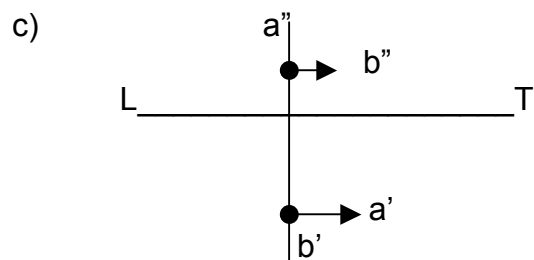
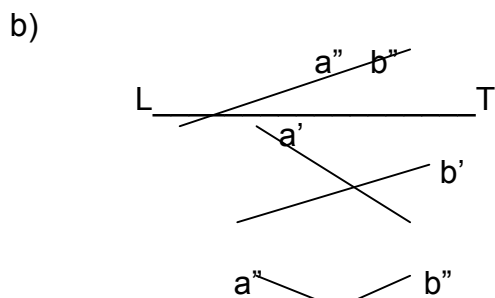
- 3) Dados: un punto P y dos rectas que no pasan por P, una horizontal h y una de perfil p, hallar : i) una recta a que pasa por P y corta a la recta h
 ii) " " b " " " " " " " " " " p

- 4) Investigar si las rectas dadas a, b y c con $a//b//c$ son coplanares.(las tres en un mismo plano)

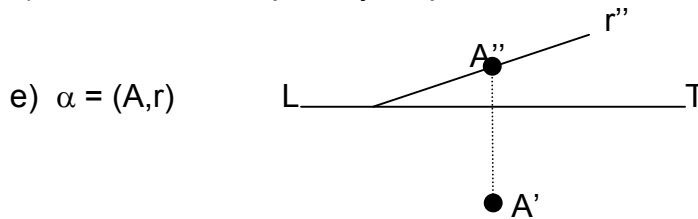


- 6) Investigar las posiciones relativas de los siguientes pares de rectas.Justificar

- a) AB y CD con A(3,-1,0), B(5,2,0), C(2,5,3) D(-1,2,3);
 (empleando y sin emplear tercera proyección).



- 7) Hallar trazas de un plano dado por:
 a) Dos rectas cualesquiera secantes b) Una horizontal y un punto \notin a ella.
 c). Una recta cualquiera y un punto de LT. d) α'' y un punto.



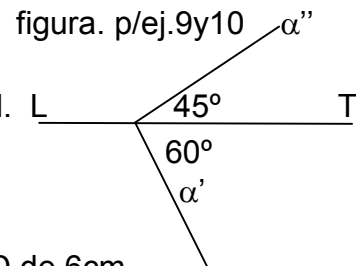
- f) Una recta vertical y otra cualquiera, secantes.
 g) Una recta // LT y otra cualquiera, secantes.
 h) Una recta \perp B_1 y otra cualquiera, secantes.

- 8) Hallar una recta horizontal y otra frontal de un plano.....

- a) $\alpha = (\alpha'', \alpha')$, cualquiera. b) de perfil. c) proyectante vertical.

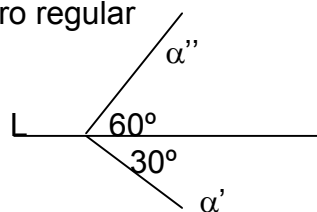
- 9). Dado $\alpha = (\alpha'', \alpha')$,

- a) Hallar $A(4,1) \in \alpha$ b) Determinar $i = \alpha \cap B_1$
 c). Hallar $r \subset \alpha$, formando r'' 60° con LT.
 d) Hallar $s \subset \alpha$, $s // B_1$ e) Hallar $p \subset \alpha$, p de perfil.
 f) hallar una recta de máxima pendiente de α

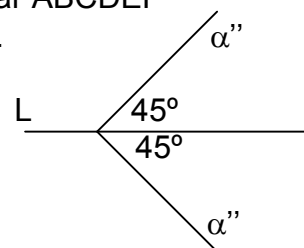


- 10) Dado $\alpha = (\alpha'', \alpha')$, representar un cuadrado ABCD de 6cm de lado, incluido en dicho plano. $A(5,4)$. AB horizontal, B con $>$ alej. posible. C y D con la $>$ cota posible, Representar el cubo ABCDEFGH, tomando E con la mayor cota posible.

- 11) Dado $\alpha = (\alpha'', \alpha')$, representar un tetraedro regular ABCD de 6cm de arista con $\alpha = (ABC)$. $I(6,5)$ es el centro de la cara ABC. A tiene cota 4 (con el $>$ alej. posible) D con la mayor cota posible.



- 12) Dado $\alpha = (\alpha'', \alpha')$, representar un octaedro regular ABCDEF de 7cm de arista con una cara BCF en α . $B(1,3)$. C con la mayor cota posible. A y F con el mayor alejamiento posible.



PRÁCTICO 5 - G.DESRIPTIVA :
INTERSECCIONES, DISTANCIAS

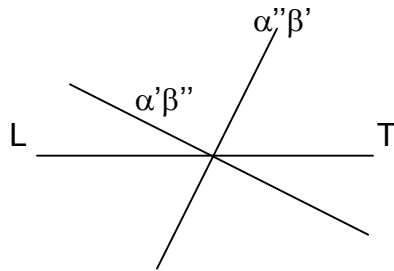
1) Determinar las intersecciones de los siguientes planos:

a) Plano cualquiera y plano dado por LT y un punto.

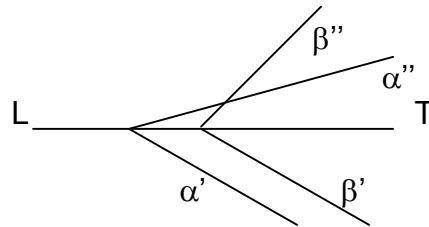
b) Plano $\alpha \perp B_2$ con B_1 c) Plano // PV y otro $\perp PH$

d) Plano // PH y otro $\perp PH$

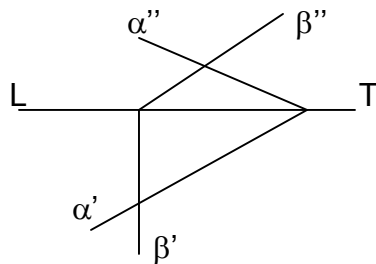
e)



f)



g)



h)



2) Determinar las siguientes intersecciones de rectas y planos:

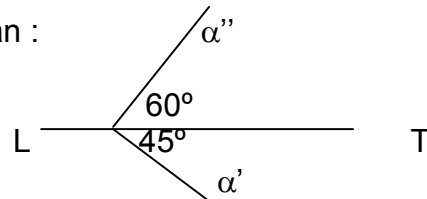
a) recta cualquiera y plano $\perp PH$ b) recta cualquiera y plano de perfil

c) recta de perfil dada por sus trazas y plano cualquiera.

d) recta // B_2 y plano cualquiera.

3) Dado un plano $\beta // LT$, hallar un punto $P \in B_1$ / $d(P, \beta) = 5\text{cm}$

4) Representar $A(6,4)$ y α cuyas trazas cumplan :



5) Hallar la distancia de un punto cualquiera a un plano :

a) Horizontal b) $\perp PH$ c) de perfil d) $\perp B_2$ e) // LT

6) Hallar la distancia de un punto cualquiera a una recta :

a) frontal b) $\perp B_1$ c) $\subset B_1$ d) // B_2

7) Hallar la distancia entre dos rectas que se cruzan, una cualquiera y la otra:

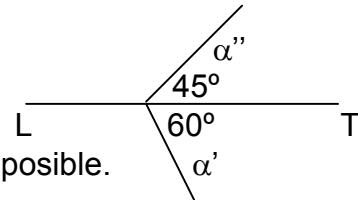
a) de fuga b) LT c) horizontal.

8) Se consideran las rectas a, b y n. Se conocen : n', n'', a' y b' . Hallar a'' y b'' de modo que n sea normal común a las rectas a y b.

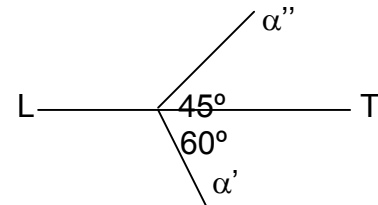
- 9) Dado $\alpha = (\alpha'', \alpha')$,
- Hallar una recta de máxima pendiente del plano que diste 3cm de LT
 - Hallar una recta $s \subset \alpha$, $s // B_2$, s diste 2cm de una recta de fuga dada.

- 10) Dada una recta $v \perp PH$ y un punto $P \notin v$, hallar una recta $r / r // B_1$, $P \in r$ tal que $d(r, v) = 2\text{cm}$

- 11) Representar un cubo ABCDEFGH de 7cm de arista, con una cara ABCD en α dado. O(6,4) es centro del cubo. El centro I de ABCD deberá tener la < cota posible. A tiene cota 5cm (con el > alejamiento posible)

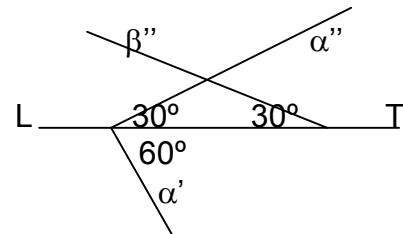


- 12) Representar un tetraedro regular ABCD de 6cm de arista con $\alpha = (ADM)$ dado. M es p.m de \overline{BC} , A(8,7). AD horizontal. D con < alejamiento, M con < cota.



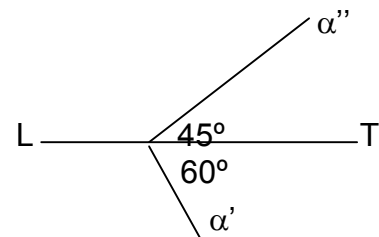
- 13) Representar un octaedro regular ABCDEF con E(2,1), F(3,6). $\overline{EF} = 8\text{cm}$. BC frontal.

- 14) a) Determinar β' de modo que $\alpha \perp \beta$.
b) Representar un tetraedro regular ABCD con $\alpha = (ABC)$, $AD \subset \beta$, D(1,1)



- 15) Representar un cubo ABCDEFGH con A(7,6), F(6,5). $\overline{AF} = 8\text{cm}$. H tiene alejamiento 7.

- 16) Representar una pirámide VABCD de base cuadrada ABCD de 5cm de lado. A(8,7). $\alpha = (ABC)$ dado. AC de perfil. C con el mayor alejamiento posible. $\overline{VA} = 5\text{cm}$ (V con < cota posible).

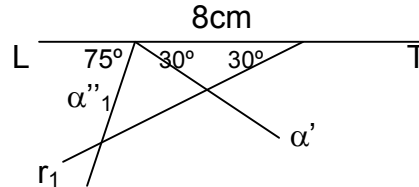


PRÁCTICO 6 - G.DESCRPTIVA :
ABATIMIENTOS-APLICACIONES

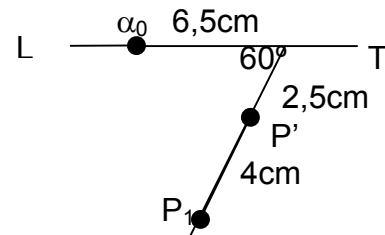
- 1) Hallar el ángulo que forman las siguientes rectas secantes:
 a) Recta frontal y recta cualquiera. b) Dos rectas de B_1
 c). Recta horizontal y recta frontal.

- 2) Hallar el ángulo que forman una recta cualquiera con PH.

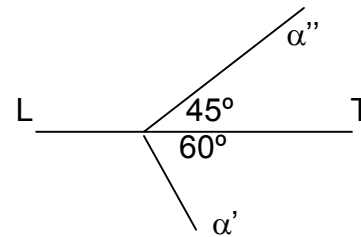
- 3) Conociendo de un plano $\alpha : \alpha', \alpha''_1$ y el abatimiento r_1 de una recta de α , hallar r'', r' y α'' .



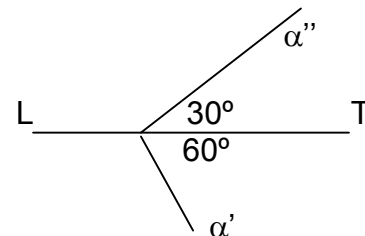
- 4) Dada la proyección horizontal de un punto P, su abatimiento P_1 con un plano α , y α_0 ; hallar α'', α' y P''



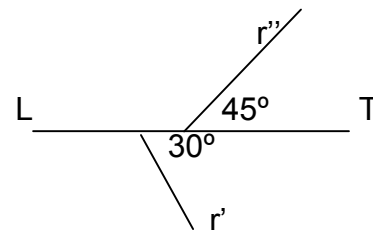
- 5) Representar un tetraedro regular ABCD de 5cm de arista con $(ABC)=\alpha$ dado. A(6,5) B tiene alejamiento 4cm (con > cota pos.) C con > alej. y D con > cota posible.



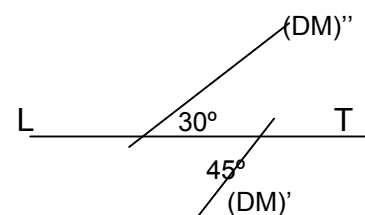
- 6) Representar un tetraedro regular ABCD de 6cm de arista con $(ABC)=\alpha$ dado. D(9,8) AB// B_1 A y B con la < cota posible.



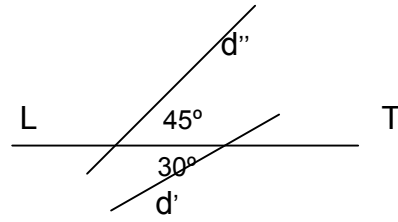
- 7) Representar un tetraedro regular ABCD de 6cm de arista con $AB=r$ dada. A(5,3) B con el > alej. posible. $D \in B_1$ (con > cota) C con la < cota posible



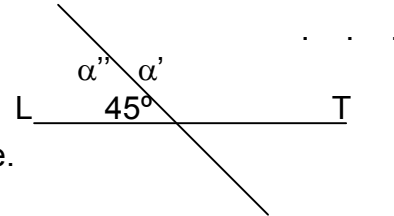
- 8) Representar un tetraedro regular ABCD sabiendo que \overline{CN} es altura de ABC, M es p.m de \overline{CN} , DM es dada. D(9,7) $\overline{DM} = 7\text{cm}$. AB de perfil.



- 9) Representar un tetraedro regular ABCD con centro $O(6,5)$, conociendo la dirección d de la recta AB. C con la > cota posible $\overline{OD} = 5\text{cm}$.

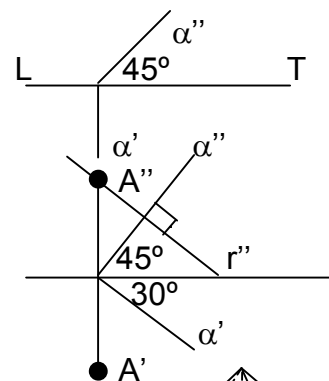


- 10) Representar un cubo ABCDEFGH con una cara ABCD en α dado. $A(5,7)$ AC de perfil $\overline{AC} = 8\text{cm}$ E con la > cota posible.

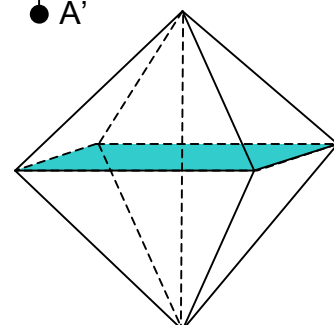
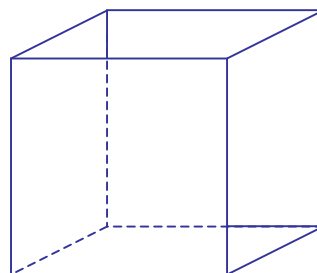
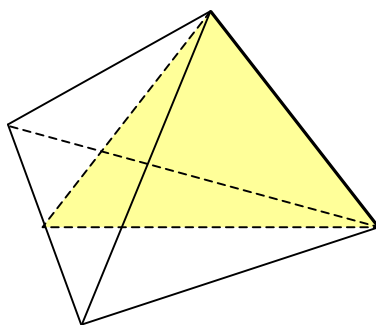


- 11) Representar un cubo ABCDEFGH de 7cm de arista. $A(2,3)$, $G(4,5)$ (G a la derecha de A). C tiene cota 3 (con el > alej. posible)
- 12) Representar un cubo ABCDEFGH con $E(9,8)$, $C(6,5)$, $\overline{EC} = 8\text{cm}$ (C a la derecha de E). $H \in B_1$ (con el > alej. posible).
- 13) Representar un cubo ABCDEFGH de 7cm de arista. $H(2,3)$, $B(5,7)$ (B a la derecha de H). $AC // B_2$
- 14) Representar un cubo ABCDEFGH de 6cm de arista. El centro del cubo es $O(6,4)$. La sección del cubo con un plano α es un exágono regular RSTUVW. $\alpha // LT$ y α' tiene alejamiento 6cm. $\text{Cot}(R) = 5\text{cm}$.
- 15) Representar un octaedro regular ABCDEF de 8cm de arista. $E(10,8)$ $M(7,7)$ es el punto medio de \overline{BC} y se encuentra a la derecha de E. F tiene 6cm de alejamiento.

- 16) Representar un octaedro regular ABCDEF de 8cm de arista con centro $O(8,7)$. $(ADF) = \alpha$ dado. A lo más a la izquierda posible.



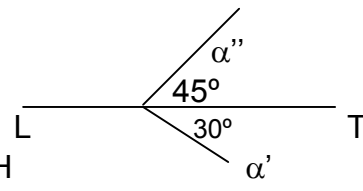
- 17) Dado $A(6,6)$, un plano α y la proyección r'' de una recta, determinar las proyecciones de un tetraedro regular ABCD tal que $AD=r$, $(BCD) = \alpha$. Tomar D con la < cota posible.



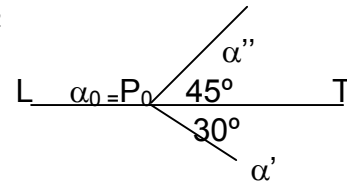
PRÁCTICO 7 - G.DESCRPTIVA :
CONDICIONES ANGULARES.

1) Dados : un plano α y un punto $A(4,3) \in \alpha$:

- a) Hallar una recta $r \subset \alpha$, $A \in r$, r forme 30° con PH
- b) Hallar una recta $s \subset \alpha$, $A \in s$, s forme 30° con B_2

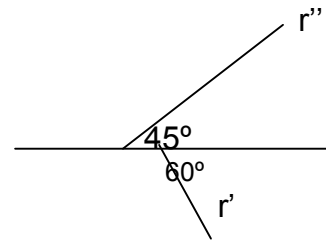


2) Dados : un plano α y un punto $A(7,5)$, hallar una recta $r / P \in r$, $r // B_1$ y r forme 30° con α .



3) Dados: r y $A(5,3) \in r$,

- a) Hallar una recta $s \perp r$, $A \in s$, s forme 30° con PV.
- b) Hallar un plano $\alpha / r \subset \alpha$, α forme 60° con PH.



4) Por $A(7,5)$, trazar :

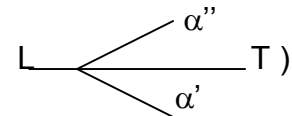
- a) un plano $\alpha \perp B_1$, α forme 30° con LT
- b) un plano $\beta // LT$, β forme 60° con α (hallado en a)

5) Hallar una recta r que forme :

- a) 30° con PH y 45° con PV, distando sus trazas 7cm entre si.
- b) 30° con PV y 45° con B_1
- c) 60° con π y 45° con B_2

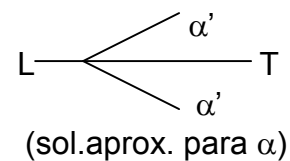
6) Hallar un plano α que forme:

- a) 60° con PH y 45° con B_2 (sol. aprox.
- b) 45° con B_1 y 60° con B_2



7) Representar un tetraedro regular ABCD

de 6cm de altura, con una cara ABC en un plano α que forma 60° con PV y 45° con π . D(8,7) y la recta DA forma 30° con PH, teniendo su traza horizontal el mayor alej. posible.



8) Representar un octaedro regular ABCDEFde 8cm de arista. El plano diagonal $\alpha=(BFD)$ forma 45° con PH y 60° con PV. B dista 10cm de $P \in LT$ dado. (B con < cota) $A \in LT$ dado

