

Práctico 5

Polinomios

Matemática – 5ºH

- 1) Sean $A(x) = x^2 + 3x + 2$ $B(x) = 2x^3 - 3x^2 + 3x + 4$ $C(x) = x^5 - 3x + 1$
 Calcular $A(0)$, $A(1)$, $B(1)$, $B(-1)$, $A(-2)$, $B(\frac{1}{2})$, $A(1) + B(1) + C(1)$

- 2) a) Sea $P(x) = 3x^2 + ax + 1$. Hallar a sabiendo que $P(1) = 8$
 b) Hallar a para que -1 sea raíz de $P(x) = x^3 + ax^2 - ax + a$.
 c) Hallar a y b en $P(x) = x^3 + ax^2 - 4x + b$ si $P(0) = 1$ y $P(1) = 0$.

- 3) Discutir según a y b el grado de los polinomios: a) $P(x) = ax^3 + (a + 2b + 2)x^2 + 2x - 1$
 b) $P(x) = (a + 1)x^3 + (a + 2b + 1)x^2 + bx - 1$

- 4) Con los polinomios del ejercicio 1 realizar las siguientes operaciones:
 $A(x) + B(x) =$ $A(x) - B(x) =$ $A(x) + B(x) + C(x)$
 $3A(x) + \frac{1}{2}B(x) =$ $A(x) \cdot B(x) =$ $A(x) \cdot B(x) - 2C(x) =$ $x^3A(x) - C(x) =$

- 5) Determinar el polinomio $t(x)$ que hay que sumar a $p(x) = 2x^3 - x^2 + 5x + 2$ para obtener el polinomio $m(x) = -x^3 + x^2 - 2x - 1$.

- 6) Hallar a, b, c, d para que a) $(x^2 - 2)(ax + b) = 2x^3 - 4x^2 + cx + d$
 b) $(x^2 - 2x + 2)(ax + b) = 2x^3 - 4x^2 + cx + d$

- 7) Hallar $f(x)$ y $g(x)$ si

$$a) \begin{cases} f(x) + g(x) = 6x^3 - x^2 + 5x - 3 \\ f(x) - g(x) = 2x^4 + 7x^2 - 3x + 3 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 3f(x) + g(x) = -18x^4 - 38x^3 + 25x^2 + 61x + 6 \\ f(x) - 2g(x) = -6x^4 - 22x^3 - 36x^2 - 24x + 16 \end{cases}$$

- 8) Hallar cociente y resto de: a) $3x^3 - 2x^2 + x + 2 \overline{)x-1}$ b) $x^3 - 3x^2 + 2x + 7 \overline{)x^2-4}$
 c) $4x^3 + x^2 - 1 \overline{)2x+1}$ d) $4x^4 + 3x^2 - x - 2 \overline{)2x^3-3x+1}$

- 9) Hallar a y b si se sabe que al dividir el polinomio $P(x) = 5x^3 - 3x^2 + ax + b$ entre $x^2 - 2x + 3$ se obtiene como resto $R(x) = 11x - 25$.

- 10) Hallar a y b si: a) $x^4 + ax^3 - 2x^2 + 3x + b \overline{)x^2-x}$ b) $x^4 + ax^3 - 2x^2 + 3x + b \overline{)x^2-x}$
 $-2x+1$ $Q(x)$ $R(x)$ x^2-2x+1

- 11) Hallar cociente y resto de $A(x) \overline{)B(x)}$ $A(x) \overline{)C(x)}$ $A(x) \overline{)D(x)}$ siendo
 $A(x) = 2x^2 - 5x + 1$ $B(x) = x - 2$ $C(x) = 2x - 2$ $D(x) = -3x + 3$

- 12) Sea $A(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$. Hallar a, b y c sabiendo que $A(x)$ es divisible por $x^2 - 4$ y que $A(0) = -4$. Determinar las raíces de $A(x)$.

- 13) Determinar a y b sabiendo que $P(x) = x^3 - ax + b$ es divisible entre $(x - 2)^2$.

- 14) a- Calcular b y c para que $P(x) = x^4 + x^3 + bx^2 - 8x + c$ sea divisible entre $x^2 + 2x - 3$
 b- Resolver $P(x) = 0$.

Práctico 5 (continuación)

15) Determinar a, b y c en $P(x) = (a - 1)x^3 + (a - 2b)x^2 + (b - a)x + 1 - c$ si:
 (-1) es raíz de $P(x)$; $P(0) = -2$ y $P(x)$ dividido entre $(3x-6)$ da resto $R = 24$.

16) a) Determinar un polinomio P que cumpla: $P(x) \begin{array}{l} \underline{x-1} \\ 0 \end{array}$, $P(x) \begin{array}{l} \underline{x} \\ 0 \end{array}$
 P de 4º grado, $P(2) = 18$, $P(-1) = 6$, $a_4 = 1$
 b) Hallar las raíces de $P(x)$

17) Al dividir un polinomio $P(x)$ separadamente entre $(x+2)$ y $(x-3)$ se obtienen restos 5 y 10 respectivamente, hallar el resto de dividir $P(x)$ entre $(x+2)(x-3)$.

18) Escribir la descomposición factorial de:

- a) $P(x) = 2x^2 - 10x + a$, sabiendo que $\alpha \cdot \beta = 6$
- b) $P(x) = x^2 - 2x + a$, de modo que sus raíces cumplan $\alpha = 1 - \frac{2}{\beta}$ con $a \neq 0$.
- c) $P(x) = 3x^3 - 1x^2 - 75x + 25$ sabiendo que dos de sus raíces son opuestas.
- d) $P(x) = -36x^3 + 36x^2 - 11x + 1$ sabiendo que una de sus raíces es igual a la suma de las otras dos.
- e) $P(x) = x^4 - 5x^3 - 17x^2 + 129x - 180$ sabiendo que tiene una raíz doble y que el producto de las otras dos es -20 .

19) Determinar dos polinomios $A(x)$ y $B(x)$ sabiendo que el coeficiente principal de $A(x)$ es 3, $B(x)$ es de tercer grado, al dividir $A(x)$ entre $B(x)$ se obtiene cociente $Q(x) = x - 2$ y resto $R(x) = 3x^2 - 7x - 6$, $A(x)$ y $B(x)$ admiten dos raíces comunes y $A(0) = 18$.

20) Hallar $g(2)$, a, $f(x)$ y $g(x)$ si se sabe que: $f(x) \begin{array}{l} \underline{x+1} \\ -8 \end{array}$, $f(x) + g(x) \begin{array}{l} \underline{x+1} \\ a \end{array}$, $f(2) = 0$, $g(x) + a$

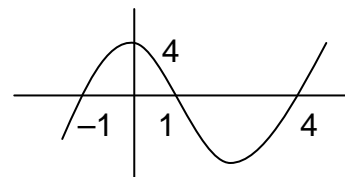
21) Sea $f(x) = 2x^2 - 5x + m - 5$. Para que valores de m, $f(x)$ admite dos raíces reales y distintas.

22) Escribir la DF de los siguientes polinomios sabiendo que tienen raíces en común.

- a- $P(x) = 5x^3 + 8x^2 - 27x - 18$ y $M(x) = 15x^3 + 52x^2 + 19x - 6$
- b- $P(x) = 6x^4 + 2x^3 - 127x^2 - 161x - 20$ y $M(x) = 3x^4 + x^3 - 66x^2 - 78x + 40$
- c- $P(x) = 2x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ y $M(x) = 2x^4 + 5x^3 - 4x^2 - 15x - 6$

23) Sean $P(x) = ax^4 - x^3 - 19x^2 + 49x - e$ y $M(x) = ax^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24$. Determine a, e y las raíces de $P(x)$ y $M(x)$ sabiendo que tienen tres raíces en común de las cuales una coincide con la suma de las otras dos.

24) a) Determinar la función polinómica de grado 3 que responde al gráfico representado.
 b) Determinar el resto de dividir $f(x)$ entre $x - 4$.
 c) Estudie el signo de la función



25) Represente y determine en cada caso la función polinómica sabiendo que:

- a) $sgf(x) \begin{array}{l} + \ 0 \ - \ 0 \ + \ 0 \ - \\ -3 \ \ 0 \ \ 1 \end{array} \rightarrow x$ y que $f(2) = -2$
- b) $sgf(x) \begin{array}{l} - \ 0 \ + \ 0 \ + \\ -1 \ \ 1 \end{array} \rightarrow x$ y que $f(2) = 3$