CONJUNTOS NUMÉRICOS

Conjuntos: La teoría de conjuntos se basa en conceptos primitivos, es decir, conceptos que no se pueden definir formalmente. Ellos son: conjunto, elemento y pertenencia.

Los conjuntos los anotamos con letras de imprenta mayúscula (A, B, C, …) Si un elemento x pertenece al conjunto A. Escribimos matemáticamente: $x \in A$. Si en cambio el elemento x no pertenece al conjunto A. Se anota: $x \notin A$

Los conjuntos numéricos son conjuntos cuyos elementos exclusivamente números. Dentro de ellos destacamos los siguientes:

Números Naturales:

Son los primeros que surgen, los que se usan para enumerar y contar cosas. El 0 lo vamos a incluir dentro de los naturales, pero originalmente no era un natural, incluso aparece mucho después en la historia de los números.

$\mathbb{N} = \{0,1,2,3,...\ \}$ el conjunto de los naturales está formado por el 0, el 1, el 2, el 3, etc. Y lo simbolizamos con la letra $\mathbb{N}$

Dentro de los conjuntos numéricos se pueden definir operaciones. Para que la operación esté bien definida en el conjunto, se debe cumplir que al elegir dos elementos del conjunto y operarlos el resultado sea también un elemento de dicho conjunto.

Dentro de los naturales sólo se pueden definir sin restricciones dos operaciones. Ellas son la adición y la multiplicación. La resta no se puede definir en $\mathbb{N}$ ya que por ejemplo $2-3=-1$ pero $-1 \notin \mathbb{N}$ por lo tanto no siempre que tomamos dos naturales la resta nos da un número natural. Lo mismo ocurre con la división.

Números Enteros:

Es el conjunto formado por los naturales y sus opuestos. Se simboliza con la letra $\mathbb{Z}$.

$$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3, ...\}$$

Los números enteros negativos se utilizan por ejemplo para representar deudas, por ejemplo –$3000 marca una deuda de 3000 pesos. Para fechas antes de Cristo, por ejemplo, año -367 es el año 367 antes de Cristo. O también para temperaturas bajo 0º, -5º C indica 5 grados bajo cero.

Los números naturales son también enteros, eso lo simbolizamos $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

En los enteros además de la suma y la multiplicación se puede definir la resta. Pero no se puede definir la división. Para que se pueda definir la división debemos introducir otro conjunto: Los Racionales.

Números Racionales:
Es el conjunto formado por todos los números que se pueden expresar como una fracción.
$\mathbb{Q} = \left\{ x / x = \frac{p}{q} \; con \; p \; y \; q \; \; enteros, \; q \neq 0 \right\}$ por ejemplo son racionales : $\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}, \frac{62}{7}$, etc.
Algunos racionales se pueden expresar como decimal exacto, otros tienen expresión decimal periódica. Por ejemplo: $-\frac{3}{8} = -0,375$; $\frac{12}{7} = 1,714285714285714285...$ este último tiene expresión decimal periódica, el período es 714285 y se repite infinitamente luego de la coma.

Los racionales nos permiten fraccionar las unidades. Se introdujeron para las divisiones de bienes, de tierras, herencias, etc. Muy importantes entonces para los comerciantes y mercaderes.

Los enteros son también racionales. Se los representa con fracciones de denominador 1.
Por lo tanto anotamos: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ o sea que N está incluido en Z y a su vez Z está incluido en Q.

Números irracionales:

Son los números reales que no se pueden expresar como fracción. El conjunto de los irracionales se simboliza con la letra I.
Cuando trabajaban con triángulos rectángulos los Pitagóricos descubrieron algo muy extraño, quisieron calcular la medida de la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles cuyos catetos miden 1 unidad y obtuvieron que esa medida era $\sqrt{2}$. Lo que más extraño les resultó fue que la raíz de 2 no se podía expresar como fracción y por lo tanto era un nuevo tipo de número, un irracional. Un irracional es un número cuyas cifras después de la coma son infinitas y no hay una regla que me indica cuál le sigue a cuál. Se han encontrado por ejemplo más de 100000 cifras después de la coma del número pi.

Números Reales:

Es un conjunto formado por la unión de los racionales y los irracionales.
Es el conjunto cuyos elementos son todos los números con los que has trabajado hasta ahora. Contiene a los enteros, las fracciones e incluso a los que no se pueden expresar como fracción. Y se cumple que: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

Aún así los números reales no satisfacen todas las necesidades de la matemática. Por ejemplo en los reales no se puede calcular raíces cuadradas de números negativos, para cubrir esta necesidad aparecen los que se llaman Números Complejos, pero que no serán estudiados en este curso.