

PRÁCTICO N° 5 – Potencia - Logaritmo

1) Las amebas se reproducen partiéndose en dos, fenómeno conocido como bipartición. Supongamos que inicialmente tenemos una ameba, y que el fenómeno de la bipartición se produce cada una hora.

i) Calcula el número de amebas a medida que pasan las horas:

Tiempo en horas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N° de amebas										

ii) Realiza un gráfico con los valores obtenidos.

iii) ¿qué sucede a medida que transcurren las horas?

2) Las sustancias radiactivas se desintegran transformándose en otras sustancias. Supongamos que contamos con 1kg de cierta sustancia radiactiva que se desintegra reduciéndose a la mitad cada año. i

i) Calcula que cantidad de sustancia radiactiva queda al cabo de:

Tiempo en años	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kg. de sustancia										

ii) Realiza un gráfico con los valores obtenidos.

iii) ¿qué sucede a medida que transcurren las horas?

3) Calcular:

$$2^{-3} \quad 2^{1/2} \quad 2^{-3/2} \quad \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \quad \left(\frac{4}{9}\right)^{1/2} \quad \left(\frac{4}{9}\right)^{-1/2}$$

4) Determina los siguientes números aplicando propiedades:

$$a = \frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{14}} \quad b = \frac{8\sqrt{3}}{6^{1/2} \cdot \sqrt{2}} \quad c = \frac{-\sqrt[3]{24}}{3^{1/3}} \quad d = \frac{16}{45} \cdot \left(-\frac{8}{9}\right) + \sqrt{\frac{16}{25}} \cdot 3^{-1} \quad e = \sqrt{28} - \sqrt{7} \quad f = 4\sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{81}$$

5) Resuelva las siguientes ecuaciones:

a) $2^x \cdot 2^2 = 2^{2x+1}$

b) $2^x = \frac{1}{8}$

c) $9^{2x+1} = 81$

d) $3^{3x+12} = 9^x$

e) $4^{3x+5} = 16$

f) $\frac{2^{2x+1}}{2^x} = 32$

g) $2^{x^2-3} = \frac{1}{8}$

h) $(2^x)^2 = 8$

i) $(3^{x-2})^{4-x} = 1$

j) $\sqrt[3]{2^x} \cdot \sqrt[3]{2^{x+1}} = 1$

k) $\left(\frac{7}{5}\right)^{x^2-3x} = \left(\frac{5}{7}\right)^{2x-2}$

l) $5^{3x+2} - \frac{1}{25} = 0$

6) Graficar las siguientes funciones de dominio real.

f: $f(x) = 3^x$

g: $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

h: $h(x) = 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x$

i: $i(x) = 5 + 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x$

7) Deducir la función exponencial f , que cumple que $f(3) = \frac{1}{64}$ y graficarla.

- 8) Se ha determinado experimentalmente que el crecimiento de determinadas poblaciones de bacterias en función del tiempo se puede describir a través de una función del tipo siguiente:

$$x: T \rightarrow \mathbb{R} / x(t) = a + b(1 - 2^{-t})$$

Siendo la variable t tiempo; a y b constantes ligadas a cada tipo de población. Se quiere estudiar el comportamiento de la población B, sabiendo que para ella se ha determinado:

$$x(0) = 1000 \text{ y } x(2) = 2000.$$

i) Haga un croquis de x(t).

ii) ¿qué opina del comportamiento de la población cuando t crece sin límite?

- 9) Resolver las siguientes inecuaciones:

a) $2^x < 2^{-x+3}$

b) $2^{x^2} \geq 2$

c) $(1/2)^{-x+1} < 1$

d) $2^x \geq 3$

- 10) Calcular:

$\log_{1/3} 27$

$\log_{243} 81$

$\log_{19} 19$

$\log_{216} \frac{1}{6}$

$\log_{1/189} 2197$

$\log_{5^{-1}} 125^{-1}$

$\log_7 1$

$\log_4 \sqrt[3]{256}$

$\log_{\sqrt{2}} 8$

$\log_5 \left(\frac{1}{\sqrt[4]{3125}} \right)$

$\log_{0,0001} 0,00001$

$\log_2 \sqrt[3]{4}$

$\log_5 \left(\frac{5\sqrt{125}}{25} \right)^3$

$\log_2 \frac{4^6 \cdot 16^2}{64}$

$\log_2 \sqrt[7]{\frac{2^3}{128}}$

$\log_2 \sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{2}}}$

$\log_9 \frac{3^{10} \sqrt{27}}{9^5}$

- 11) Indique, según los datos del ejercicio 1, cuánto tiempo debe pasar para que el número de amebas llegue a: i) 512 ii) 65536 iii) 10.000.000

- 12) Graficar

$f: f(x) = \log_3 x$

$g: g(x) = \log_{1/3} x$

- 13) Resolver en \mathfrak{R} estudiando existencia:

$\log_3 x = 2$

$\log_3 \frac{1}{x} = 2$

$\log_{\sqrt{2}}(x-1) = 4$

$\log_3(5x+1) + \log_{1/3} 9 = 0$

$\log_3 x + \log_3(x+8) = 2$

$\log_2(x-1) - \log_2(x^2-4) + \log_2(x+2) = 1$

$\log_3 3(x+1) + \log_9 3x = \log_3(x+1) + 1/2$

$3(\log_{25} x) \cdot (\log_5 x) - \log_3 27 = 9$

$\log(7x-9)^2 + 2\log(3x-4) = 2$

- 14) ¿Cuáles son los números enteros más cercanos al logaritmo en base 10 de 3500? (justifique sin utilizar la calculadora)