5º – Matemática – Núcleo Común – Liceo Nº 58

PRÁCTICO Nº 5 – Potencia - Logaritmo

1) Las amebas se reproducen partiéndose en dos, fenómeno conocido como bipartición. Supongamos que inicialmente tenemos una ameba, y que el fenómeno de la bipartición se produce cada una hora.
   i) Calcula el número de amebas a medida que pasan las horas:

Tiempo en horas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº de amebas										

   ii) Realiza un gráfico con los valores obtenidos.
   iii) ¿qué sucede a medida que transcurren las horas?

2) Las sustancias radiactivas se desintegran transformándose en otras sustancias. Supongamos que contamos con 1kg de cierta sustancia radiactiva que se desintegra reduciéndose a la mitad cada año. i
   i) Calcula que cantidad de sustancia radiactiva queda al cabo de:

Tiempo en años	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kg. de sustancia										

   ii) Realiza un gráfico con los valores obtenidos.
   iii) ¿qué sucede a medida que transcurren las horas?

3) Calcular:

2^{-3} $\quad 2^{1/2}$ $\quad 2^{-3/2}$ $\quad \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ $\quad \left(\frac{4}{9}\right)^{1/2}$ $\quad \left(\frac{4}{9}\right)^{-1/2}$

4) Determina los siguientes números aplicando propiedades:

$a=\dfrac{\sqrt{6}.\sqrt{7}}{\sqrt{14}}$ $\quad b=\dfrac{8\sqrt{3}}{6^{1/2}\sqrt{2}}$ $\quad c=\dfrac{-\sqrt[3]{24}}{3^{1/3}}$ $\quad d=\dfrac{16}{45}:\left(-\dfrac{8}{9}\right)+\sqrt{\dfrac{16}{25}}.3^{-1}$ $\quad e=\sqrt{28}-\sqrt{7}$ $\quad f=4\sqrt[3]{24}-\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{81}$

5) Resuelva las siguientes ecuaciones:

a) $2^x.2^2=2^{2x+1}$ $\qquad$ b) $2^x=1/8$

c) $9^{2x+1}=81$ $\qquad$ d) $3^{3x+12}=9^x$

e) $4^{3x+5}=16$ $\qquad$ f) $\dfrac{2^{2x+1}}{2^x}=32$

g) $2^{x^2-3}=1/8$ $\qquad$ h) $\left(2^x\right)^2=8$

i) $\left(3^{x-2}\right)^{4-x}=1$ $\qquad$ j) $\sqrt[3]{2^x}.\sqrt[3]{2^{x+1}}=1$

k) $\left(\dfrac{7}{5}\right)^{x^2-3x}=\left(\dfrac{5}{7}\right)^{2x-2}$ $\qquad$ l) $5^{3x+2}-\dfrac{1}{25}=0$

6) a) Graficar las siguientes funciones de dominio real.
   $f:f(x)=3^x$ $\quad g:g(x)=(½)^x$ $\quad h:h(x)=3\ .\ (¼)^x$ $\quad i:i(x)=5\ +3\ .\ (¼)^x$
   b) Resolver gráficamente $\quad$ i) $3^x>9$ $\quad$ ii) $3^x\leq 1/\sqrt{27}$
   iii) $\left(1/2\right)^x\leq 1$ $\quad$ iv) $\left(1/2\right)^x>8$

7) Deducir la función exponencial f, que cumple que $f(3)=\dfrac{1}{64}$ y graficarla.

8) Se ha determinado experimentalmente que el crecimiento de determinadas poblaciones de bacterias en función del tiempo se puede describir a través de una función del tipo siguiente:

$$x : T \to \mathbb{R} / x(t) = a + b(1 - 2^t)$$

Siendo la variable t tiempo; a y b constantes ligadas a cada tipo de población. Se quiere estudiar el comportamiento de la población B, sabiendo que para ella se ha determinado:

x(0)= 1000 y x(2) = 2000.

i) Haga un croquis de x(t).

ii)¿qué opina del comportamiento de la población cuando t crece sin límite?

9) Resolver las siguientes inecuaciones:

a) $2^x < 2^{-x+3}$ b) $2^{x^2} \geq 2$ c) $(1/2)^{-x+1} < 1$

d) $\left(1/\sqrt{5} \right)^{(-x+1)(x^2-4)} \geq 1$ e) $2^x \geq 3$

10) Calcular:

$\log_{1/3} 27$ $\log_{243} 81$ $\log_{19} 19$ $\log_{216} 1/6$ $\log_{1/189} 2197$ $\log_{5^{-1}} 125^{-1}$

$\log_7 1$ $\log_4 \sqrt[3]{256}$ $\log_{\sqrt{2}} 8$ $\log_5\left(\dfrac{1}{\sqrt[4]{3125}}\right)$ $\log_{0,0001} 0,00001$ $\log_2 \sqrt[3]{4}$

$\log_5\left(\dfrac{5\sqrt{125}}{25}\right)^3$ $\log_2 \dfrac{4^6.16^2}{64}$ $\log_2 \sqrt[7]{\dfrac{2^3}{128}}$ $\log_2 \sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{2}}}$ $\log_9 \dfrac{3^{10}\sqrt{27}}{9^5}$

11) Indique, según los datos del ejercicio 1, cuánto tiempo debe pasar para que el número de amebas llegue a: i)512 ii)65536 iii) 10.000.000

12) a) Graficar

$f : f(x) = \log_3 x$ $g : g(x) = \log_{1/3} x$

b) Resolver gráficamente: $\log_3 x < 2$ $\log_{1/3} x < 2$

13) Resolver en $\Re$ estudiando existencia:

$\log_3 x = 2$ $\log_3 1/x = 2$

$\log_{\sqrt{2}}(x-1) = 4$ $\log_3(5x+1) + \log_{1/3} 9 = 0$

$\log_3 x + \log_3(x+8) = 2$ $\log_2(x-1) - \log_2(x^2-4) + \log_2(x+2) = 1$

$\log_3 3(x+1) + \log_9 3x = \log_3(x+1) + 1/2$ $3(\log_{25} x).(\log_5 x) - \log_3 27 = 9$

$\log(7x-9)^2 + 2\log(3x-4) = 2$

14) ¿Cuáles son los números enteros más cercanos al logaritmo en base 10 de 350000? (justifique sin utilizar la calculadora)