UNIDAD 1

CONJUNTOS

- Conceptos primitivos: conjunto, elemento y la relación pertenecer.
- Conjuntos bien determinados.
- Igualdad de conjuntos.
- Relación de inclusión. Diagramas de Venn.
- Operaciones entre conjuntos: unión, intersección, diferencia y complemento.
- Propiedades de dichas operaciones.
- Conjunto de Partes de un conjunto
- Resolución de ejercicios y problemas aplicando conceptos de teoría de conjuntos.

Temas transversales:
- conjuntos numéricos, subconjuntos de **R**.
- resolución de ecuaciones de primer, segundo y grado mayor factorizables.
- Inecuaciones.
- Múltiplos y divisores de un número natural.

Antes de comenzar nuestro trabajo es necesario recordar algunas nociones básicas acerca de la construcción de una Teoría Matemática, por lo que dedicaremos los siguientes párrafos a ilustrar dichas nociones.

En la base de toda construcción lógica matemática encontramos ciertos **conceptos primitivos** de los cuales no podemos dar una definición directa. Todo intento de hacerlo terminaría en un círculo vicioso.

Distinguiremos, pues, cuáles son nuestros conceptos primitivos y los relacionaremos entre sí mediante **axiomas**. Por axioma, entendemos toda proposición tomada como base de una teoría. Al elaborar un conjunto de axiomas que serán considerados como base de una teoría matemática se debe respetar que, ningún axioma puede ser deducido de los demás y además no deben contradecirse entre sí.

Conviene desterrar la imagen de los axiomas como "verdades evidentes". El hecho de que no se les demuestre se refiere a su ubicación lógica dentro de una estructura. Más aún, un conjunto de proposiciones que son axiomas de una teoría, puede ser considerado como un conjunto de teoremas, y probados, en otra que parta de una base distinta.

En realidad, podemos considerar el conjunto de axiomas como una definición implícita de los conceptos primitivos: es decir los conceptos primitivos cumplen los axiomas. También tienen, por consiguiente, la función lógica de axiomas algunas **definiciones** de tipo explícito que aparecen más adelante en la teoría.

Las deducciones a partir de los axiomas son regidas exclusivamente por principios lógicos, y en eso radica la firmeza de la construcción. Los **teoremas** son aquellas proposiciones que sí pueden ser demostradas en el desarrollo de la teoría.

A continuación vamos a presentar una pequeña parte de la teoría de Conjuntos.

CONJUNTOS

Admitiremos como conceptos primitivos los conceptos: CONJUNTO Y la relación PERTENENCER.

Si representamos un cierto objeto (elemento) con la letra x y un conjunto con la letra **C**, diremos que:

x es un elemento de **C** sí y sólo sí x pertenece a **C**

Escribimos: $x \in C$, para indicar la proposición: "x pertenece a **C**"

Escribimos: $y \notin C$, para indicar la proposición "y no pertenece a **C**"

Lo que llamamos elementos de un conjunto pueden ser objetos materiales (entre los cuales incluimos personas, animales, plantas,...) u objetos abstractos (números, puntos, triángulos,...).

Es usual simbolizar los conjuntos con letras mayúsculas y los elementos con letras minúsculas pero esto no es imprescindible.

Determinación de un conjunto

Diremos que un conjunto está bien determinado sí y sólo sí se tiene un criterio para decidir respecto de un elemento, si éste pertenece o no al conjunto.

Si **C** representa un conjunto determinado, cualquiera sea el elemento representado por "***a***", se verifica una y sólo una de las siguientes proposiciones:

$a \in C \qquad a \notin C$

<u>Ejemplos</u>:

- La expresión "Las vocales de nuestro alfabeto", determina un conjunto.
- La expresión "Las cinco mejores películas del año", no determina un conjunto.

Si un conjunto se define nombrando uno a uno todos sus elementos, se dice que el conjunto está definido por **extensión**. Por ejemplo: **A** = {*a, e, i, o, u*}.

Otra manera de definir un conjunto, es mediante una propiedad que deben tener todos los elementos del conjunto y sólo ellos. En este caso decimos que el conjunto está definido por **comprensión**. El conjunto del ejemplo anterior puede definirse también de la siguiente manera: **A** ={*x/ x es vocal }.*

Igualdad de conjuntos

*Dados dos conjuntos **A** y **B** decimos que **A** es igual a **B** **y escribimos: A = B, sí y sólo si A** y **B tienen los mismos elementos.***

$$A = B \Leftrightarrow \forall x \, (x \in A \leftrightarrow x \in B)$$

<u>Ejemplo</u>:

- **A**={$\boldsymbol{x}$/ $\boldsymbol{x}$ es múltiplo de 10, $\boldsymbol{x} \leq 21$}
- **B**={$\boldsymbol{x}$/ $\boldsymbol{x}$ es divisible entre 2 $\wedge$ $\boldsymbol{x}$ es divisible entre 5 $\wedge$ $\boldsymbol{x} \leq 20$ }

Como ejercicio pruebe que los conjuntos **A** y **B** son iguales.

Ejercicios:

1) Investigue cuáles de los siguientes conjuntos son iguales

$M = \left\{x \in \mathbf{Z} \,/ (3x+1).(x^2-2x).(x^2-1)=0\right\}$, $W = \left\{x \in \mathbf{N} / -2 < 2x \leq 4\right\}$, $L = \left\{x \in \mathbf{Z} / x \geq -1\right\}$,

$J = \left\{x \in \mathbf{R} / -1 \leq x \leq 2\right\}$, $T = \left\{1,-1,0,2\right\}$, $S = \left\{x \in \mathbf{N} / x < 3\right\}$,

$K = \left\{x \in \mathbf{N} / x \geq -1\right\}$, $A = \mathbf{N}$, $V = \left[-1,2\right]$

2) Escriba por comprensión los siguientes conjuntos

A = { 3, 4, 5,6,7} B = { 1,2,3,4,6,12} C = { c, o, n, j, u, t, s} D = {0, 4, 8, 12, 16, 20} E = (-2,5]
F = {0, 3, -3} G = { $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$ }

Conjunto vacío

Un conjunto que no tiene elementos se llama **conjunto vacío**, y lo anotamos **{ }** o $\varnothing$.

Ejemplos:

♦ **A**= { $\boldsymbol{x}$ / $\boldsymbol{x} \in \mathbf{N}$ $5 < \boldsymbol{x} < 6$} ♦ **B**= {$\boldsymbol{y} \in \mathbf{Z}$ / $y^2 = -1$} ♦ **C**={$\boldsymbol{x} \in \mathbf{R}$ / $3\boldsymbol{x}^2 - 3\boldsymbol{x} + 1 = 0$}

Inclusión de conjuntos

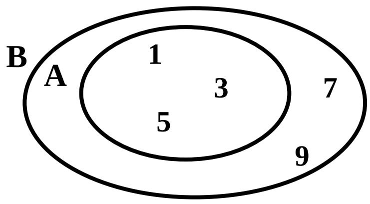
*Dados dos conjuntos **A** y **B** decimos que **A** está incluido en **B y escribimos: A ⊂B, sí y sólo si todo elemento de A** pertenece a **B .***

$$A \subset B \Leftrightarrow \forall x\ (x \in A \rightarrow x \in B)$$

*Nota: se dice que el conjunto **A es subconjunto del conjunto B**.*

Ejemplo:

- Dados los conjuntos **A** y **B**
  A = {1, 3, 5}
  B = {$\boldsymbol{x} \in \mathrm{N}$ / $\boldsymbol{x}$ es impar y $\boldsymbol{x}$<10}



A ⊂ B

Ejercicios:

1) Relacione los conjuntos del ejercicio 1 de la página 4 utilizando la relación inclusión.

2) Investigue cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles son falsas. Para aquellas que considere falsas indique un contraejemplo.

   a) $\varnothing \subset A \quad \forall A$ (*Nota: el símbolo " $\forall$ " se lee para todo*)
   b) $\varnothing \subset \varnothing$
   c) $\forall A, \forall B$ si $A \subset B$, entonces $B \subset A$
   d) Si $A \subset B$ y $B \subset A$, entonces $A = B$
   e) Si $A = B$, entonces $A \subset B$ y $B \subset A$
   f) $A \subset A \quad \forall A$
   g) Si $A \subset B$ y $B \subset C$, entonces $A \subset C$

h) Dados dos conjuntos A y B, se cumple una y sólo una de las siguientes afirmaciones:

i) $A \subset B$ ii) $B \subset A$ iii) $A = B$

Conjunto referencial o universal

Llamaremos conjunto universal o referencial y lo anotaremos en general con la letra **U**, al conjunto que contiene al o los conjuntos con que nos encontramos trabajando. Al resolver un ejercicio, siempre que sea necesario considerar al conjunto universal, éste aparecerá definido.

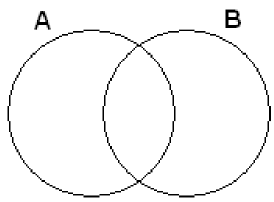
Ejemplos:

1) **A** = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19} = {x / x es número primo y $x \leq 21$ } **U** = **N**
2) **B = { u, n, i, v, e, r, s, a, l**} = {x / x es letra de la palabra universal}
   U = { x / x es letra del abecedario}

Operaciones entre conjuntos

Dados dos conjuntos **A**, **B** y el conjunto universal **U** definiremos las siguientes operaciones.

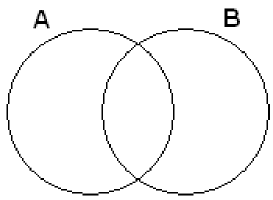
Intersección:



Llamamos "**A** intersección **B**", **A ∩ B,** al conjunto de los elementos que pertenecen a **A** y pertenecen a **B**.

$$\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \{\boldsymbol{x} : \boldsymbol{x} \in \mathbf{A} \wedge \boldsymbol{x} \in \mathbf{B}\}$$

Unión:

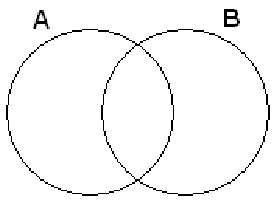


Llamamos "**A** unión **B**", **A ∪B,** al conjunto de los elementos que pertenecen a **A** o pertenecen a **B**.

$$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \{\boldsymbol{x} : \boldsymbol{x} \in \mathbf{A} \vee \boldsymbol{x} \in \mathbf{B}\}$$

Nota: utilizamos "o" en sentido no excluyente.

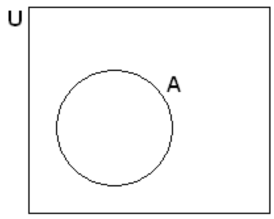
Diferencia:



Llamamos "**A** menos **B**", **A – B,** al conjunto de los elementos que pertenecen a **A** y no pertenecen a **B**.

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \{\boldsymbol{x} : \boldsymbol{x} \in \mathbf{A} \wedge \boldsymbol{x} \notin \mathbf{B}\}$$

Complemento:



Dados un conjunto **U** y un subconjunto **A** de **U**, llamamos "**complemento de A respecto de U** " al conjunto **U-A**, lo anotaremos: **U-A=** $\mathbf{A}^{\mathbf{C}}$

$$\mathbf{A}^{\mathbf{C}} = \{\boldsymbol{x} : \boldsymbol{x} \in \mathbf{U} \wedge \boldsymbol{x} \notin \mathbf{A}\}$$

Ejemplos:

1) Dados los conjuntos **A** y **B** tales que: **A**=$\{x / x \in \mathbf{Z}, x^2 = 9\}$, **B**=$\{0, 1, 2, 3\}$
   - **A ∩ B** = {3}
   - **A ∪B** = {-3, 0, 1, 2, 3}
   - **A - B** = {-3 }.

2) Sean U=**N** y **A**=$\{x \in \mathbf{N} : x \geq 5\}$ entonces tenemos que $\mathbf{A}^{\mathbf{C}} = \{0,1,2,3,4\}$

Ejercicios:

1) Compruebe, empleando diagramas de Venn, las siguientes propiedades.

CONMUTATIVAS	
$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$
ASOCIATIVAS	
$(A\cup B) \cup C = A\cup(B\cup C)$	$(A\cap B)\cap C = A\cap(B\cap C)$
NEUTROS	
$A \cup \varnothing = A$	$A \cap U = A$
DE COMPLEMENTACIÓN	
$A \cup A^C = U$ *	$A \cap A^C = \varnothing$ *
DISTRIBUTIVAS	
$(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$	$(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$

IDEMPOTENCIA	
$A \cup A = A$	$A \cap A = A$
INCLUSIÓN	
$A \subset (A\cup B)$	$(A\cap B) \subset A$
UNIVERSAL	
$A \cup \mathbf{U} = \mathbf{U}$	$A \cap U = A$
ABSORCIÓN	
$A \cup (A\cap B) = A$	$A \cap (A\cup B) = A$
DE MORGAN	
$(A \cup B)^C = (A^C \cap B^C)$ *	$(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$ *

* *Recordar: al efectuar el complemento de conjuntos trabajaremos con un conjunto de referencia, en el cual están incluidos todos los conjuntos considerados,* **conjunto universal** *o* **conjunto referencial** *y lo anotaremos con la letra* **U**.

2) Escoja dos propiedades de la tabla que aparece en el ejercicio 1 y demuéstrelas.

Conjunto de Partes de un conjunto o Familia de Partes de un conjunto

*Dado un conjunto **A** llamamos "**conjunto de Partes de A**" y lo anotamos $\wp$ (**A**), al conjunto formado por todos los subconjuntos del conjunto **A**.*

$$\forall X,\ X \in \wp(A) \Leftrightarrow X \subset A$$

Ejemplos:

- *Si **A** / **A**={a,b} entonces,* $\wp(A) = \{\{a\},\{b\},\{a,b\},\phi\}$
- *Si **B** / **B** ={1,2,4} entonces,* $\wp(B) = \{\{1\},\{2\},\{4\},\{1,2\},\{1,4\},\{2,4\},\ B,\phi\}$

*Observación: Si el conjunto **A** tiene cardinal **n**, entonces el cardinal del conjunto de partes de **A** tendrá cardinal 2^n.*

$$\#(A) = n \Rightarrow \#(\wp(A)) = 2^n$$

Ejercicio:

Indicar el cardinal del conjunto $\wp(A)$ para cada caso:

a) $A = \varnothing$ b) $A = \{x \in \mathbf{Z} \ / \ \frac{1}{x} \in \mathbf{Q} \quad -2 \le x < 4\}$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1- Indicar cuales de las siguientes expresiones determinan un conjunto.

- Las vocales de nuestro alfabeto
- Las cinco mejores películas
- Las cinco mejores películas nominadas para el Oscar
- Los números pares comprendidos entre 15 y 21
- Los números pares
- Las personas que han viajado a Júpiter.

2- Expresar los siguientes conjuntos por extensión:

- **A**=$\{x \in \mathbf{N} : x$ es par y $5 < x \leq 18\}$
- **B**=$\{x \in \mathbf{N}: (x-1)(3x-5)=0\}$
- **C**=$\{ x : x$ es letra de la palabra matemática$\}$
- **D**=$\{ x \in \mathbf{N}: 3\mathbf{x}^2 - 6\mathbf{x} - 30 = 0\}$
- **E**=$\{ x \in \mathbf{R}: -2 \leq \mathbf{x} \leq 4 \}$
- **F**=$\{ x \in \mathbf{Z}: -2 \leq \mathbf{x} \leq 4 \}$
- **G**=$\{ x \in \mathbf{R}: (\mathbf{x}+2)^2 - 2\mathbf{x}^2 = 4\mathbf{x} + 1\}$

3- Expresar por comprensión los siguientes conjuntos:

- **A**= {5,11,7,9}
- **B**= {2,3,5,7,11}
- **C**= { Magenta, Cian, Amarillo}
- **D**= {escuadra, compás, regla, semicírculo}
- **E**= {1/2, 0, 3}
- **F**=$(0,5]$
- **G**= $\emptyset$

4- Sea **A** el conjunto de los números naturales menores que doce.

a) Expresar **A** por extensión.

b) Indicar si son verdaderas o falsas las siguientes proposiciones:

i) $3 \in \mathbf{A}$	iv) $14 \notin \mathbf{A}$	vii) $\{3\} \subset \mathbf{A}$
ii) $12 \in \mathbf{A}$	v) $\{3\} \in \mathbf{A}$	viii) $\mathbf{A} \subset \mathrm{N}$
iii) $-1 \in \mathbf{A}$	vi) $0 \notin \mathbf{A}$	ix) $3 \subset \mathbf{A}$

5- Representar con un diagrama de Venn los conjuntos F, G y H que cumplan: $F \subset G$, $F \cap H \neq \emptyset$ y $H \cap G \neq \emptyset$.

6- Dado **A** / **A** = {0; @; Ana María; 2 de julio}, indicar, justificando si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

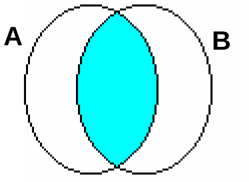
a) $0 \in \mathbf{A}$ b) María $\in \mathbf{A}$ c) $2 \notin \mathbf{A}$ d) $\emptyset \in \mathbf{A}$ e) $\emptyset \subset \mathbf{A}$ f) $\{@\} \subset \mathbf{A}$

7- Dados los conjuntos **A** =$\{2,-\sqrt{2}\}$, **B**={1,2,3,4} y **C**={0,1,2,3,5}
Expresar por extensión los siguientes conjuntos:

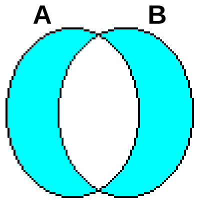
- $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$
- $\mathbf{A} \cup \mathbf{B}$
- $(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) \cup \mathbf{C}$
- $\mathbf{C} - \mathbf{A}$
- $(\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) - \mathbf{C}$
- $\mathbf{A} \cup (\mathbf{B} - \mathbf{C})$
- $(\mathbf{A} - \mathbf{B}) \cup (\mathbf{B} - \mathbf{C})$

8- Sean A, B y C tres conjuntos tales que: $A \cup B \cup C = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, $B \cap A = \{2,9\}$, $B \cap C = \{1,2,5\}$, $B - (A \cup C) = \{3,6\}$, $(A \cap C) - B = \emptyset$ y $B \cup C = \{1,2,3,4,5,6,9\}$.
Hallar por extensión los conjuntos: $A \cap B \cap C$, A, B y C.

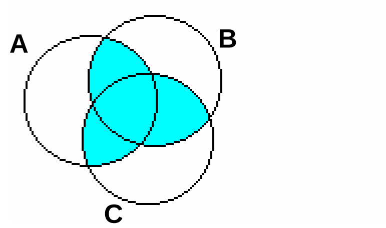
9- En los diagramas siguientes indicar si es V o F lo afirmado con respecto a la región sombreada.

a) 

A - B

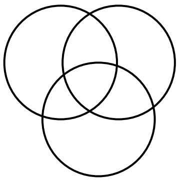
b) 

(A-B) ∪ (B-A)

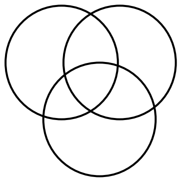
c) 

A∩B∩C

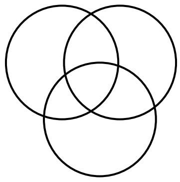
10- Representar cada una de las operaciones sombreando los diagramas adjuntos:

a) 

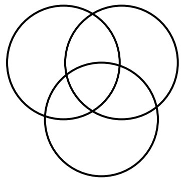
(A-B) ∩C

b) 

A - (B∩C)

c) 

(A ∪B) ∩C

d) 

(A -B) ∪(B-C)

11- Si **A**∪**B**=**B,** 2∈**B**, 2∈ **A**^{C}, # (**A**) ≠ 0 *****, ¿cúales de las siguientes afirmaciones se cumple?

a) **A**⊂ **B**
b) **A**=**B**
c) **A**∩**B**=**B**
d) **A** ∩ **B**=**A**
e) **A** = ∅
f) **B** ⊂ **A**

* <u>Nota</u>: el símbolo " # " representa el cardinal de un conjunto e indica la cantidad de elementos que posee dicho conjunto.

12- Indicar en cada caso el resultado de las siguientes operaciones entre conjuntos, cuando se necesite, se considerará como conjunto universal el conjunto **R**:

a) $\{x \in \mathbf{Z} / x \leq 5\} \cap \{x \in \mathbf{R} / x > -3\} =$
b) $\{x \in \mathbf{N} / x$ es número par$\} \cap \{x \in \mathbf{R} / x < 25\} =$
c) $\{x \in \mathbf{N} / x$ es múltiplo de 3 $\wedge$ $5 \leq x < 30\} \cup \{x \in \mathbf{N} / x < 10\} =$
d) $\{x \in \mathbf{Z} / -4 \leq x \leq 2009\} - \mathbf{N} =$
e) $\{x \in \mathbf{R} / 2x^3 - x^2 = 0\}^C =$
f) $\{x \in \mathbf{Q} / 6x^2 - 2x + 4 = 0\}^C \cap \{x \in \mathbf{Q} / 9x^3 - 6x^2 + x = 0\}$

13 - Dados los conjuntos **A =** { *x*/ *x* es número primo, 5<*x*<19}, **B =** {*y* /*y* es número impar,3<*x*<21}, indicar si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

- 7∈ **A**
- {7,5} ⊂ **B**
- {7,11,13,17} ⊂ **A**
- ∅ ∈ **A**
- **B** ⊂ **A**
- { 7,9} ⊂ ℘ (**B**)
- **A**=**B**
- **A** ⊂ **B**
- {7,11,13,17} ∈ ℘ (**B**)
- 5 ⊂ **B**
- { 7,9} ∈ **B**
- ∅ ⊂ **B**

14- De tres conjuntos A, B, C se sabe que:

- $B-(A\cup C)=\{x\in \mathbf{Z} \ / \ 2x^2-5x-3=0\}$
- $A\cap B\cap C=\{x\in \mathbf{N} \ / \ (x^2-4).(x^2-1)=0\}$
- $\mathbf{U}= A\cup B\cup C=\{x\in \mathbf{Z} / \ -1 \leq 2x-1 \leq 9\}$
- $(A\cup B)^C = \{4,5\}$
- $A-B=\varnothing$
- $\#(C)=4$

a) Escribe los conjuntos A, B, C por extensión.

b) Hallar: i) $B-A$ ii) $C\cap(A\cup B)$ iii) $A^C \cap (A\cup B)$

15 - a) Si **A** y **B** son dos conjuntos tales que: #(**A**∪**B**) = 8 y # (**B**)= 3, indicar los posibles cardinales del conjunto **A**.

b) A partir de las respuestas dadas en la parte a), indicar cuál es el máximo cardinal de (**A** ∩ **B**) y ¿el mínimo?

16- A una reunión asiste un grupo de personas que hablan idioma inglés, francés o ambos. Si se sabe que 40 hablan inglés, 25 francés y 10 ambos idiomas, ¿cuántas personas asistieron a dicha reunión?

17- En un grupo de 40 jóvenes en el cual algunos estudian o hacen deportes y algunos ni estudian ni hacen deportes, se sabe que 15 no estudian ni hacen deporte, 10 hacen deporte, 3 estudian y hacen deporte.

i) ¿Cuántos estudian?
ii) ¿Cuántos solamente estudian?
iii) ¿Cuántos solamente hacen deporte?

18- Un canal de TV luego de la transmisión de tres programas de ecología, realizó una encuesta entre los televidentes, la cual arrojó los siguientes resultados.
El 12% vio los tres programas, el 18% vio sólo el primero, un 22% vio los dos primeros, el 6% vio el segundo y el tercero, pero no el primero; un 42% vio el segundo, un 20% el primero y el tercero; sabiendo que un 10% no vio ninguno de los tres programas.
Indicar ¿qué porcentaje:

- **i.** vio el tercer programa solamente?
- **ii.** vio un solo programa?
- **iii.** no vio el primer programa?
- **iv.** vio sólo dos programas?
- **v.** vio el primero de los programas, pero no el segundo?

19- En una reunión hay 20 personas disfrazadas, hay 16 murguistas y hay 21 personas que tienen más de 30 años (ninguna persona queda fuera de la unión de los tres conjuntos).
Hay 10 murguistas disfrazados de los cuales 3 tienen más de 30 años, hay 8 murguistas de más de 30 años y 12 personas disfrazadas que no superan los 30 años.
i) ¿Cuántos murguistas no superan los 30 años?
ii) ¿Cuántas personas hay en la reunión?

20- Se realiza una encuesta entre 100 turistas que viajarán al exterior, con el fin de saber qué medios de transporte utilizarán.
Los resultados obtenidos son los siguientes:

- 50 utilizará vía terrestre
- 42 utilizará vía aérea
- 40 vía marítima
- 20 marítima y terrestre
- 14 aérea y marítima
- 6 las tres vías
- 12 no responde

a) ¿Cuántas personas utilizarán un solo medio de transporte?
b) ¿Cuántos viajeros lo harán por tierra o mar pero no por aire?
c) ¿Cuántas personas utilizan por lo menos dos medios de transporte?
d) ¿Cuántos de los que responden, no viajan por tierra?

21- En un club se hace un estudio sobre la preferencia de tres deportes entre adolescentes de 15 a 17 años. Se sabe que el club tiene 120 socios en esa franja de edades
Considerando que hay dos socios que realizan natación y hándbol pero no hacen básquetbol y que:

- **85** hacen natación (**N**).
- **70** practican básquetbol (**B**).
- **15** realizan hándbol (**H**).
- **28** hacen únicamente natación.
- **9** realizan solamente básquetbol.
- **2** solo practican hándbol.

a) ¿cuántos socios practican los tres deportes?
b) ¿cuántos socios hacen otros deportes, pero no estos tres?
c) ¿cuántos practican uno por lo menos de los tres deportes en cuestión?
d) ¿cuántos jóvenes realizan natación y básquetbol?

22- Examen Liceo Nº 15 "Ibiray". 8/12/97

a) De tres conjuntos A, B, C se sabe que $(B-C) = \emptyset$; $\mathbf{U} = A \cup B \cup C = \{ x \in \mathbf{Z} / -1 \leq x < 7 \}$,$(A-B) = \{ x \in \mathbf{U} / x = \dot{2} \}$ $(B-A) = \{x \in \mathbf{U} \wedge x \notin \mathbf{N}\}$, $A \cap C = \{ x \in \mathbf{R} /\ x^2 - 3x = 0\}$. Escribir A, B y C por extensión.
b) Hallar: **i.** $(A \cup B)^C$ **ii.** $A \cap (C-B)$ **iii.** $(A-B) \cup C$.

23- El director de una institución solicitó a la comisión de deportes (**D**), a la comisión de actividades culturales (**C**) y a la comisión de paseos (**P**), que asistieran a su oficina para tener una reunión.

Sabiendo que nadie estaba en las tres comisiones al mismo tiempo, 2 personas integran la comisión de deportes y de actividades culturales, 5 eran miembros de la comisión de deportes solamente y 4 de la de paseos solamente. Teniendo en cuenta que asistieron 20 personas al despacho del director y que todas las comisiones tienen la misma cantidad de miembros, ¿cuántas personas integran:

a) D y **P** simultáneamente? **b) C** solamente? **c) C** y **P** a la vez?

24- Un grupo de 29 personas está organizando una reunión de fin de año. Con el objetivo de establecer la comida que se comprará, se pregunta a cada uno de los concurrentes sus preferencias y se llega a la siguiente conclusión:
A 19 personas les gusta el asado, a 6 les gustan los chorizos y a 15 las hamburguesas. Además, se sabe que a 9 personas les gustan las hamburguesas y el asado, a 3 les gustan los chorizos y el asado, a 3 les gustan las tres cosas y a 2 no les gusta ninguna de las opciones.
i) Representar esta situación mediante el uso de diagramas de Venn.
ii) ¿A cuántos les gustan sólo las hamburguesas?
iii) ¿A cuántos les gustan las hamburguesas y los chorizos?

25- El Ministerio de Turismo y Deporte realizó, al finalizar el mes de enero una encuesta a 1000 jóvenes. Se definen varios temas de interés de los cuales sólo consideraremos tres:
1) Si el joven vacacionó en La Paloma o en Punta del Diablo
2) Si el joven vacacionó con su familia o no y
3) Si el joven acampó durante sus vacaciones o no.
Luego de realizada la encuesta se dispone de los siguientes datos:

- 570 vacacionaron en La Paloma
- 200 se fueron de camping
- 20 jóvenes acamparon con su familia en La Paloma
- 50 jóvenes acamparon con sus amigos en La Paloma
- 200 jóvenes alquilaron casa en Punta del Diablo con amigos
- 220 vacacionaron en La Paloma con su familia
- La cantidad de jóvenes que acamparon en Punta del Diablo con amigos es igual al número de jóvenes que alquilaron casa en Punta del Diablo con su familia.

i) Realizar un diagrama de Venn
ii) ¿Cuántos jóvenes vacacionaron con su familia?
iii) ¿Cuántos jóvenes alquilaron casa en Punta del Diablo?

EJERCICIOS PROPUESTOS EN PRUEBAS Y EXÁMENES

1. (Examen 7/7/2009)

Sean tres conjuntos A, B, C tales que:

$A = \{ x \in \mathbf{N} \,/\, (x^2 - 3x + 2)(2x - 3) = 0 \}$, $B = \{ x \in \mathbf{R} \,/\, 0 \leq x \leq 2 \}$ y $C = \{ x \in \mathbf{Z} \,/\, -6 \leq 2x < 4 \}$

a) 1) Escriba por extensión los conjuntos A y C.

2) Si D es un conjunto tal que D = {0, 2, 4}, represente en un diagrama de Venn los conjuntos A, C y D.

3) Escriba por extensión los siguientes conjuntos: i) $A \cap B$
ii) $A \cup D$
iii) $C - (A \cup D)$

b) Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas (**V**) o falsas (**F**), justifique su respuesta:

1) $A = B$ 2) $A \subset B$ 3) $B \cap \mathbf{N} = A$

2. (Examen 16/12/2009)

A) En un club deportivo hay 550 socios adultos, sabiendo que:

- 300 socios hacen natación
- 300 socios practican gimnasia
- 100 mujeres realizan gimnasia y natación
- 150 mujeres hacen gimnasia
- las mujeres que realizan otros deportes son 60
- 90 hombres practican únicamente gimnasia
- 160 hombres hacen natación

a) complete el diagrama adjunto representando todos los datos anteriores.

b) responda las siguientes preguntas:

i) ¿cuántas mujeres practican natación?

ii) ¿cuántos hombres realizan natación y gimnasia?

iii) ¿cuántos socios hacen gimnasia y natación?

B) Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F), fundamente en cada caso su respuesta, demostrando o buscando un contraejemplo, según corresponda:

a) Si A y B son dos conjuntos tales que:
$A=\{x\in \mathbf{Z} \,/\, (2x^2-18).(2x^2-4x).(x^2-1)=0\}$ y $B=\{x\in \mathbf{N} \,/\, x\leq 3\}$ entonces se cumple que A =B

b) $[0,2]=\{x\in \mathbf{N} / x<2\}$

c) Si A y B son dos conjuntos tales que $A\cap B\neq\emptyset$ entonces se cumple que $\#(A\cup B)< \#(A)+ \#(B)$

3. (Examen 22/2/2010)

a) Sean los conjuntos $A = \{x : x \in N / (2x^2 - 11x + 5)(x - 4) = 0\}$, $B = \{x : x \in Z / 3 < x - 1 \leq 8\}$ y $J = \{x : x \in Z / 8 \leq 2x < 26\}$, escribir cada uno de ellos por extensión.

b) Considerando los mismos conjuntos de la parte anterior, hallar:

i) $A \cap B$; ii) $(B \cup A) - J$; iii) B^c (respecto al conjunto J).

c) Sean P , D y M tres conjuntos cualesquiera, no vacíos. Fundamentar la falsedad de la siguiente afirmación:

$$\left.\begin{array}{l} P \neq D \\ D \subset P \\ M \cap P \neq \phi \end{array}\right\} \Rightarrow M \cap D \neq \phi$$

Sugerencia: representar los conjuntos P, D y M mediante los diagramas usuales.