

## Practico 2 – Relaciones y funciones

1) Dado el conjunto  $A = \{6, 7, 8\}$  definimos la relación

$$R : A \rightarrow A / R = \{(x, y) / x \in A, y \in A \wedge y \leq x\}$$

- Determinar  $R$  por extensión.
- Efectuar un diagrama de Venn

2) Sea  $R = \{(x, y) / (x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \wedge x + y = 5\}$

- Determinar  $R$  por extensión.
- Indicar para cada una de las siguientes proposiciones verdadero o falso:  $(4,1) \in R$ ,  $(-2,7) \in R$ ,  $(2,3) \in R$ ,  $(-1,-4) \in R$ ,  $\{(1,4)\} \in R$  y  $\{(2,3)\} \subset R$ .

3) Dados los conjuntos  $A = \{0,1,2\}$  y  $B = \{3,4\}$ :

- Escribir por extensión el conjunto  $A \times B$ .
- Escribir por extensión las relaciones  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$  sabiendo que:

$$R_1 : A \rightarrow B / (a,b) \in R_1 \Leftrightarrow b > a$$

$$R_2 : A \rightarrow B / (a,b) \in R_2 \Leftrightarrow a + b = 4$$

$$R_3 : A \rightarrow B / (a,b) \in R_3 \Leftrightarrow b = a$$

4) Sean  $A = \{x \in \mathbb{N} / x \leq 3 \wedge x \leq 9\}$ ,  $B = \{2,4,6\}$  y las relaciones

$$R_1 = \{(b, a) / (b, a) \in B \times A \wedge a = b + 1\}, R_2 = \{(x, y) / (x, y) \in B \times B \wedge x < y\}$$

$$R_3 = \{(x, y) / (x, y) \in A \times B \wedge x = y\}$$

- Representar por diagramas  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$ .
- Expresar cada relación por extensión.
- Indicar en cada caso dominio y recorrido.

5) Dados  $A = \{a, b, c\}$  y  $B = \{1,2,3\}$  y los siguientes conjuntos:

$$L = \{(a,1); (b,2); (c,3)\}, M = \{(a,1); (b,1); (c,1)\}, N = \{(a,1); (c,4)\},$$

$$O = \{(a,2); (a,3); (b,2); (b,3)\}, P = \{(a,1); (b,2); (b,1); (c,3)\} \text{ y } Q = \{(a,1); (a,2); (a,3); (b,1)\}$$

- Indicar cuáles corresponden a relaciones de A en B
- Indicar cuáles corresponden a funciones de A en B y en caso afirmativo clasificarlas.

6) Dados los conjuntos  $A = \{1,3,5\}$  y  $B = \{2,4,6,8\}$  y las relaciones:

$$R_1 = \{(1,2); (3,4); (1,8); (5,6)\}, R_2 = \{(1,8); (5,2)\}, R_3 = \{(1,4); (3,6); (5,8)\} \text{ y}$$

$$R_4 = \{(1,8); (3,8); (5,8)\}.$$

- Indicar cuáles de las relaciones anteriores corresponden a funciones de A en B. Justificar.
- Representarlas mediante diagramas de Venn

7) Dados  $A = \{0,2,4,6,8,10\}$  y  $B = \{a, e, i, o, u\}$ .

- Definir una relación de A en B que no sea función.
- Definir una función de A en B que no sea inyectiva ni sobreyectiva.
- Definir una función de A en B sobreyectiva.
- ¿Se puede definir una función inyectiva de A en B? Justificar.

8) Dados  $A = \{x \in \mathbb{N} / 1 \leq x < 4\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 7\}$  y las relaciones

$$R_1 : A \rightarrow B / R_1 = \{(x, y) / y = \dot{x}\} \text{ y } R_2 : A \rightarrow B / R_2 = \{(x, y) / x + 1 = y\}$$

i) Escribir  $R_1$  y  $R_2$  por extensión.

ii) ¿ $R_1$  y  $R_2$  Son funciones de A en B? Justificar.

iii) Definir una relación  $R_3 : A \rightarrow B$  que sea una función inyectiva.

9) Sea  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  una relación tal que a cada número entero le corresponda su opuesto.

i) ¿Es  $f$  una función? Justificar. En caso afirmativo hallar dominio, codominio y recorrido.

ii) Hallar  $f(5)$ ,  $f(-7)$ ,  $f(0)$  y  $f(a)$  con  $a \in \mathbb{Z}$ .

iii) Si  $f(x) = 9$  hallar  $x$

iv) Clasificar  $f$ .

10) Sea  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  una relación tal que a cada número natural le corresponda el doble.

i) ¿Es  $f$  una función? Justificar. En caso afirmativo hallar dominio, codominio y recorrido.

ii) Hallar  $f(5)$ ,  $f(21)$ ,  $f(0)$  y  $f(a)$  con  $a \in \mathbb{N}$ .

iii) Si  $f(x) = 8$  hallar  $x$

iv) Si  $f(x) = x$  hallar  $x$

v) Clasificar  $f$ .

11) Indicar cuáles de las siguientes funciones son biyectivas. Justificar.

i)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = x + 3$

ii)  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / g(x) = x^2$

iii)  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / h(x) = x^3$

12) ¿Cuáles de las siguientes relaciones son funciones de dominio  $\mathbb{N}$ ?

i)  $R_1 = \{(x, y) / (x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \wedge y = x + 3\}$

ii)  $R_2 = \{(x, y) / (x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \wedge y = 0 \cdot x\}$

iii)  $R_3 = \{(x, y) / (x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \wedge y = x - 3\}$

iv)  $R_4 = \left\{ (x, y) / (x, y) \in \mathbb{N} * \times \mathbb{N} \wedge y = \frac{5}{x} \right\}$

12) Sea  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z} / f(x) = x - 7$ . Indicar si son verdaderas o falsas las siguientes proposiciones y justificar.

i)  $f$  es una función.

ii)  $f$  es inyectiva.

iii) Algún elemento del dominio tiene por imagen al  $-10$

iv) Algunos elementos del codominio no tienen preimagen.

v) Existe un elemento del dominio cuya imagen es  $-6$ .

vi)  $f$  es sobreyectiva.