Es una función polinómica de segundo grado, es decir, $\boxed{f(x)=ax^2+bx+c}$ con a ≠0, a, b y c son números reales.

ESTUDIO ANALÍTICO: Raíces: Se iguala la función a 0, obteniendo: $ax^2+bx+c=0$

Dicha ecuación se resuelve mediante la fórmula: $\boxed{x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$ que da lugar a dos soluciones reales, una o ninguna según que el discriminante $\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$ sea, respectivamente, mayor, igual o menor que cero.

Si b = 0 o c = 0 la ecuación cuadrática se llama incompleta y se puede resolver de forma más sencilla que aplicando la fórmula anterior.

Ejemplo: Si $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ Entonces a= -1 b= -2 c= 3 Conocemos la expresión $(x_1,x_2)=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ que permite hallar las raíces en una función de este tipo.

$$(x_1,x_2)=\frac{-(-2)\pm\sqrt{-2^2-4(-1)(3)}}{2(-1)}$$
$$(x_1,x_2)=\frac{2\pm\sqrt{4+12}}{-2}$$
$$(x_1,x_2)=\frac{2\pm\sqrt{16}}{-2}$$
$$(x_1,x_2)=\frac{2\pm 4}{-2}$$

Raíces: $x_1 = -3$ (**I**), $x_2 = 1$ (**II**)

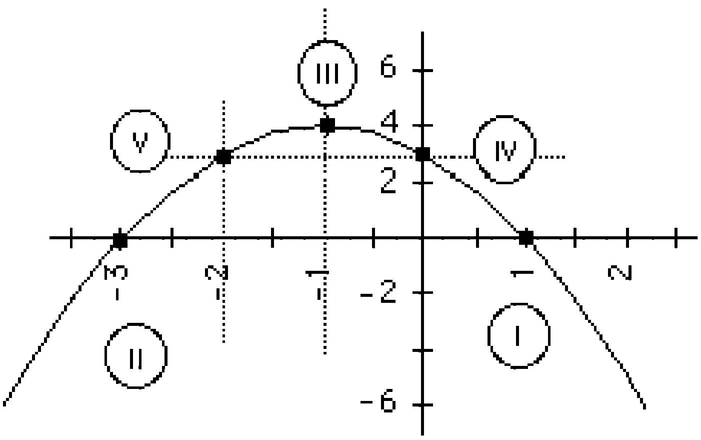
Vértice: Es el punto V (x_v, y_v) donde la función alcanza su máximo o mínimo. $x_v=\dfrac{-b}{2a}$ $\quad x_v=\dfrac{2}{-2}=-1$

y el yv , reemplazando en la función: $f(-1) = -(-1)^2 - 2(-1) + 3 = -1 + 2 + 3 = 4$ (III)

Corte con Oy: Hallamos f (0) = c, en este caso es f (0) = 3, y el corte con Oy es en (0, c) o sea (0, 3)

Como la función es simétrica, sabemos que a la misma distancia del eje de simetría (en este caso a la derecha) se halla el otro valor de x con y= 3. (determina este valor de x mediante una expresión matemática, es muy sencillo)

Los datos que se tienen nos permiten graficar: I (1, 0) Raíz II (-3, 0) Raíz III (-1, 4) Vértice
IV (0, 3) Corte con Oy. V (-2, 3) simétrico del corte con Oy.



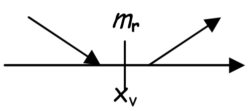
Como a < 0 la concavidad es negativa. (si a >0 es positiva)

La recta x = -1 (x = xv) es una recta paralela al eje Oy, dicha recta es eje de simetría del gráfico de f.

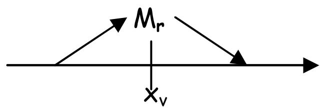
Resta determinar el estudio de signo de la función y el crecimiento.

Signo: $sg(ax^2+bx+c)\ \dfrac{sga\ _0\ -sga\ _0\ sga}{\alpha\qquad\beta}$ en este caso $sg(-x^2-2x+3)\ \dfrac{---\ _0\ +++\ _0\ ---}{-3\qquad 1}$

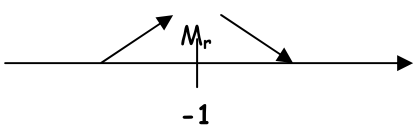
Crecimiento: si a >0



si a < 0



En este caso:



$crece\ en\ (-\infty,-1)\ y\ decrece\ en\ (1,+\infty)$