EXAMEN MAT. "A" 6toI 2ªPrueba Parcial 20 / 4 / 09 LICEO Nº3
TRIBUNAL :

1) a) i) Demostrar que:

$$si \quad \lim_{x\to a} f(x) = k \in R^*, \exists \lim_{x\to a} f(x)g(x) \quad \Rightarrow \quad f(x).g(x) \underset{x\to a}{\approx} k.g(x)$$

ii) Calcular : $\lim_{x\to 1} \dfrac{(x^3+5x^2+7x-12).L(x^3+2x^2-2)}{x^2-1}$

b) Sea $f : f(x) = (1-\lambda x).e^{\lambda x} + 1$, con $\lambda \neq 0$

i) Para $\lambda > 0$ Investigar si es posible aplicar el teorema de Bolzano a f en : $[-1/\lambda, 2/\lambda]$ o en $[0, 1/\lambda]$. Fundamentar respuestas.

ii) EA de f, discutiendo según $\lambda \neq 0$, efectuar bosquejos gráficos en cada caso.

c) Verdadero o falso?(si V: demostrar, si F: contraejemplo con fundam.)

i) si $\exists$ g(a) $\rightarrow$ g es continua en a

ii) si $\lim_{x\to a} h(x) = \beta \in R \quad \rightarrow \quad h$ es continua en a.

iii) si f es continua en [a,b] y f(a)>3>f(b) $\rightarrow$ $\exists$ c$\in$ (a,b)/f(c)=3

2) a) Sean: $f : f(x) = \frac{1}{2}e^{x-2} \qquad g : g(x) = -\frac{3}{8}x^2 + 2x - 2$

i) Calcular f '(2) y g '(2), <u>aplicando la definición de derivada.</u>

ii) Justificar que Gf y Gg son tangentes en el punto (2,½).
(tienen una misma recta tangente en dicho punto)

b) Sea h:h(x)= $\begin{cases} \frac{1}{2}e^{x-2} & si\ x \leq 2 \\ -\frac{3}{8}x^2 + 2x - 2 & si\ 2 < x \leq 4 \\ 20\dfrac{e^{\frac{-1}{x-4}}}{x^2-4x} & si\ x > 4 \end{cases}$

i) Estudiar continuidad y derivabilidad de h en 2 y en 4.

ii) Completar el EA necesario (sin h'') para realizar un bosquejo gráfico de h que incluya tangentes o semitang. en x=2 y x=4.

iii) A partir del bosquejo realizado, indicar un posible signo de h''(x)

c) Verdadero o Falso?.(si V: demostrar, si F: contraejemplo)

i) si $\lim_{x\to 1} \dfrac{u(x)-u(a)}{x-a} = -1 \quad \Rightarrow$ u es continua en a.

ii) $\left.\begin{array}{l}\text{si f es cont. en a, y el Gf } \underline{\text{no presenta}} \\ \text{semitangentes distintas en (a,f(a))}\end{array}\right\} \Rightarrow$ f es derivable en a

3) (LIBRES) Se considera una función f que cumple:

sig f(x): + + + + 0 - - - - 0 + + + +

-1 3 x

sig f '(x): + 0 - - - - - + + + + +

-3 -1 1 x

sig f ''(x): + +0 - - ∄ + + +∄ - - - - - - - - -

-5 -1 1 x

$$\lim_{x\to -\infty} f(x) = 0 \qquad \lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \frac{1}{2} \qquad \lim_{x\to +\infty} \left(f(x) - \frac{1}{2}x\right) = -1$$

$$f(-3) = 2$$

$$\lim_{x\to -1} f'(x) = \infty \quad \lim_{x\to 1^-} f'(x) = 0 \quad \lim_{x\to 1^+} f'(x) = 8$$

$$f(-5) = 1 \qquad f'(-5) = 2$$

a) Graficar f.

b) Verdadero o Falso?. <u>Justificar sólo en base a los datos aportados.</u>

i) f derivable en -1 ii) f derivable en 1

iii) f continua en -3 iv) $\lim_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{e^x} = 0$

c) Sea f : $f(x)=2x^4+x^3+x+1$
Puede afirmarse que $\exists c \in (-1,0) / f'(c)=0$?. Fundamentar.

d) Calcular : $\lim_{x\to \pm\infty} \frac{e^{2x} - 3x + 2}{x - L|x|}$

EXAMEN 6toE MAT "A" 2daPRUEBA /4/06 LICEO Nº3 NOCT.

Tribunal : Weinberger.

1) a) Sea u:u(x)= e^{-x}. Calcular u'(a), aplicando definición.
(Recordar que $e^{\alpha} - e^{\beta} = e^{\beta}.(e^{\alpha-\beta} - 1)$)

b) **Sea f : f (x) =** $\dfrac{x^2 - 3x - 3 + 1}{e^x}$

i) Demostrar que f tiene una raíz en (0,5).
ii) EAyRG de f (sin f '')
Escribir un signo de f '' coherente con el estudio hecho.

c) Demostrar que :

$$\left.\begin{array}{l}\text{Si } g \text{ es derivable en } [a,b] \\ a \text{ y } b \text{ son raíces de } g\end{array}\right\} \Rightarrow \exists c \in (a,b) \,/\, g'(c)=0$$

2) Sean f : f (x) = $L|x^2-1| - \dfrac{1}{x-1}$

a) EAyRG de f

b) Se considera la función g : g (x) = $\begin{cases} f(x) & \text{si } x \leq 0 \\ |x-2| - 1 & \text{si } 0<x<4 \\ L(x-4) & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$

i) Estudiar continuidad y derivabilidad de f en 0, 2 y 4.
ii) Graficar f.

c) ¿Verdadero o Falso?. (Si V: demostrar, si F:contraejemplo)

i) si h no es derivable en 2 $\Rightarrow \nexists \lim\limits_{x\to 2} h(x)$

ii) $\left.\begin{array}{l}\text{si } \exists \text{ y es finito el } \lim\limits_{x\to a} \dfrac{u(x)-u(a)}{x-a} \\ u \text{ tiene un mínimo relativo en } a\end{array}\right\} \Rightarrow u'(a)=0$

EXAMEN MATEMÁTICA 6toE 16 / 2/ 07 LICEO Nº3Noct
TRIBUNAL : Schimid,ValenzuelaWeinberger. 2da prueba

1) a) Sea u:u(x)= L$|$x-1$|$.

Deducir ,aplicando la def. de derivada , $u'(a)$, (a $\neq$1)

b) Sea $f:f(x)=x^3+\frac{3}{2}x^2+9x-32+9L|x-1|$

Se sabe que $:f(\frac{3}{2})\approx -18 \quad y \quad f(3)\approx 42$

i) Investigar si es posible aplicar el teorema de Bolzano a f en:

- el intervalo $[\frac{3}{2},3]$
- el intervalo $[0,3]$. Fundamentar respuestas.

ii) EAyRG de f, sin f**''**. (observar que f tiene una raíz entera)
Escribir un signo de f **''**(x) coherente con el estudio hecho.

c) Verdadero o falso? Fundamentar:

.si $\lim_{x\to a}\frac{v(x)-v(a)}{x-a}=-2 \Rightarrow \quad v\downarrow$ en a .

2) a) Justificar que $e^x+\frac{2}{x^2}>0\ \forall x\in R^*$

b) Se considera:

$$f:f(x)=\begin{cases} e^x+\dfrac{2x-2}{x} & \text{si } \mathbf{x<0} \\ -x^2+2x & \text{si } 0\leq x\leq 2 \\ \mathbf{x-2} & \text{si } \mathbf{x>2} \end{cases}$$

i) Estudiar continuidad y derivabilidad de f en 0 y en 2.

ii) **EA de f para x< 0**, sin f ''

iii) Graficar f.

c) i) Verdadero o falso?. Fundamentar.

$$\text{si } \lim_{x\to 2} g(x) = g(2) \Rightarrow \quad \lim_{x\to 2} \frac{g(x)-g(2)}{x-2} = \alpha \in R$$

ii) A) Completar y demostrar:

$$\left.\begin{array}{l} f(x) \sim h(x) \\ \quad x\to 3 \\ \exists \lim\limits_{x\to 3} \dfrac{f(x)}{e^{x-3}-1} \end{array}\right\} \longrightarrow \lim_{x\to 3} \frac{f(x)}{e^{x-3}-1} = \ldots\ldots\ldots$$

B) Calcular $\lim_{x\to 3} \dfrac{L(x^2-5x+7)}{e^{x-3}-1}$

EN 6toE-MATEMÁTICA "A" 2ªPRUEBA 27/12/06 LICEO Nº3 NOCTURNO.

TRIBUNAL : Olmos, Schimid, Weinberger.

1) a) Sea $f : f(x) = \left(\dfrac{1-2x}{x}\right).e^{\frac{1}{x}}$

i) **EAyRG de f, sin f ''**.
Se sabe que : $\lim\limits_{x\to 0^-} f'(x) = 0$ (interpretar gráficamente).

ii) Escribir un signo de **f ''(x)** coherente con el estudio hecho.

b) Verdadero o falso? Fundamentar.(si V:demostrar, si F: contraejemplo).

i) $\text{si } \lim_{x\to 2} h(x) = h(2) \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to 2} \dfrac{h(x)-h(2)}{x-2} = \alpha \in R$

ii) si $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{g(x)-g(a)}{x-a} = \alpha \in R \\ \text{g presenta un mín.relativo en } x = a \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \alpha = 0$

iii) $\exists \lim_{x\to a} t(x) = \alpha \in R \quad \Rightarrow \quad \text{t es continua en a}$

2). a) Sea f una función que cumple las siguientes condiciones:

$d(f) = \mathbb{R}^*$ f es continua en su dominio.

sig f(x) - - - - - 0 + + + 0 - - - - - ∄ + + + 0 + + +

$-\frac{7}{2}$ **-1** **0** **1** **x**

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x\to 0^-} f(x) = -1, \lim_{x\to \pm\infty} f(x) = \pm\infty$$

$$\lim_{x\to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = 1, \ \lim_{x\to \pm\infty} (f(x) - x) = 1$$

sig f ' (x) + + + + + + 0 - - - - - - - - ∄ - - - - ∄ + + + +

-2 **0** **1** **x**

f(-2)=2 $\lim_{x\to 1} f'(x) = \infty, \lim_{x\to 0^-} f'(x) = 0$

sig f ''(x) + + 0 - - - - - - - - - - 0 + + + + + ∄ + + 0 - - ∄ - - - -

-4 **-1** **0** $\frac{1}{2}$ **1** **x**

f(-4)=-1 **f(1/2)=3/2**

b) Verdadero o falso? Fundamentar.

i) Si g y h son infinitos para $x\to a$
ord(g)>ord(h) " " $\Rightarrow$ ord(h(x)-g(x))=ord(2g(x))
$x\to a$

ii) $\lim_{x\to\pm\infty} (e^{\frac{1}{x}}(3x-2) - 3x) = 0$

iii) si f : f(x)=L(2x+4), a> -2 $\Rightarrow$ f '(a)= $\frac{1}{a+2}$ (aplicar def. de derivada)

iv) si t : t(x)= $\begin{cases} 2x+3 & \text{si } x>0 \\ -x^2+2x+3 & \text{si } x\leq 0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ t es continua y derivable en x=0

EXAMEN 6toE. MAT."A". 2ªPRUEBA (2doSEMESTRE)
LICEO Nº3 NOCTURNO. 14/12/01
Tribunal: Rosa Brun, Laura Ferreira, Sergio Weinberger.

I)a)i)Completar el enunciado y demostración del siguiente teorema:

$$\left.\begin{array}{l} f(x) \quad\quad u(x) \\ \quad x \to a \\ g(x) \quad\quad v(x) \\ \quad x \to a \\ \exists \lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} \end{array}\right\} \Longrightarrow \lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$$

Demostración :

Multiplico y divido por u(x) y v(x)

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f(x)}{u(x)} \cdot \frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots} \cdot \frac{v(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$$

....,por......... ....., por ....

por teo ……

ii) Calcular : $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{e^{x^2 - 4} - 1}{L(x^2 + x - 5)}$ **. Justificar procedimiento.**

b)i) EA y RG de : $f : f(x) = L(x+1) - \dfrac{x}{x+1}$.

ii) Sea $g: g(x) = \begin{cases} L(x+1) - \dfrac{x}{x+1} & \text{si } x \geq 1 \\ 1 - x^2 & \text{si } 0 < x < 1 \\ |x + 1| & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

- Estudiar continuidad y derivabilidad de g en 0 y en 1.
- Graficar g.

II) **a) Verdadero o falso ?. Demostrar.**

i) $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a} + 1 = \alpha \in R \Longrightarrow$ f continua en a.

ii) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = oo \Longrightarrow$ f **no** es derivable en a.

iii) $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a} = \beta \in R^{-} \Longrightarrow$ f es estrict.decreciente en a.

b) Graficar una función f que cumpla :

sig f(x) - - - - - - - - - 0 + + + + + + + + + + + + +
-2

$\lim\limits_{x \to -oo} f(x) = -oo$, $\lim_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \infty$

$\lim\limits_{x \to +oo} f(x) = +oo$, $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 1$, $\lim_{x \to +\infty} (f(x) - x) = 7$

sig f ´(x) + + + + + + ++ + + + 0 - - - - ∄ + + ++ + + + +
−1 0

f (-1) = 2, f (0) =1, $\lim\limits_{x \to 0^-} f'(x) = -2$, $\lim\limits_{x \to 0^+} f'(x) = 0$

sig f ''(x) - - - - - - - - - - - - - - - - - - - ∄ + + 0 - - - - -
0 3 x

f(3)=5 f '(3)=4

c) EA y RG de :

$g: g(x) = (2x - 2).\, e^{\frac{1}{x-1}} - 3$.

3) Sea $f : f(x) = \dfrac{2x+2}{x} e^{\frac{x+1}{x}}$

a) EAyRG de f.

b) ¿Verdadero o Falso?. (Si V: demostrar, si F:contraejemplo)

i) si $\exists$ y es finito el $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{u(x) - u(a)}{x - a} \Rightarrow (3u)'(a)=3.u'(a)$

ii) si $\exists$ y es finito el $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{u(x) - u(a)}{x - a} = -5 \Rightarrow u\downarrow$ en a

1) a) Sea f : f (x)= $(x+1).e^x - x^2 - 4x - 3$

i) Demostrar que : * f tiene una raíz en el intervalo (-2,0)

* f '(x) = $(2x+2).(e^x - 2)$

ii) EA y RG de f. No se hallará f '', se dará un posible signo de f '' coherente con el estudio hecho.

b)Verdadero o Falso? Fundamentar (siV:dem, si F : conteaejemplo).

i) $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{u(x) - u(a)}{x - a} = -1 \Rightarrow u\downarrow$ en a

ii) si $g\downarrow$ en a $\Rightarrow$ g'(a)<0

2) a) Se consideran : f : f (x) = $L|x^2 - 1| - \dfrac{4}{3}x$,y u:u(x)= $x^2 - 1$

i) Calcular ,<u>aplicando definición</u>, u'(a)

ii) EA y RG de f.

b) Sea g:g(x) = $\begin{cases} f(x) & \textbf{si } x \le 0 \\ \sqrt{x} + 1 & \textbf{si } 0<x<1 \\ (x-2)^2 & \text{si } x \ge 0 \end{cases}$

i) Estudiar cont. y derivabilidad de g en 0 y en 1.

ii) Graficar g.

c) Verdadero o Falso? Fundamentar (siV:dem, si F : conteaejemplo).

i) si lím v(x)=v(1) $\Rightarrow$ v es derivable en 1

ii) si f es derivable en a $\Rightarrow$ (x.f)´(a) = f(a) + a.f '(a)

III) (LIBRES)

a) i) Enunciar y demostrar un teorema relativo a suma de infinitos de distinto orden.

ii) Calcular : $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{e^x - x}{x + Lx}$

b) EA y RG $f : f(x) = x\,.(L(x+1) - 2) + 2.L(x+1)$.

1) a) Sea u:u(x)= L(2x-12). Demostrar que $u'(a)=\dfrac{1}{a-6}\ \forall a\in\Re, a>6$.

aplicando la definición de derivada.

b) Sea f : f (x) $= L|2x-12| - \dfrac{x+3}{x}$

i) Demostrar que f tiene una raíz en el intervalo : [7,9 **,** 8]

ii) EAyRG de f, sin f ''. Dar un sig f ''(x) coherente con el estudio hecho

c) i) Demostrar que si :

f (x) y g (x) infinitos para $x\to+\infty$ $f(x)+g(x) \sim g(x)$

ord[f(x)]<ord[g(x)] $x\to+\infty$

ii) Calcular: $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{2Lx - e^x}{\sqrt{x+3}}$

1) a) Sea $f : f(x) = L|x+3| + 2x + 4$

i) Demostrar, aplicando el teorema de Bolzano, que f tiene una raíz en (-2,5 ; -1)

ii) Verificar si en el intervalo anterior hay una raíz entera.

iii) EAyRG de f.

b) i) Completar y demostrar:

$$\left.\begin{array}{l} g(x) \sim h(x) \\ \quad x\to +\infty \\ \exists \lim\ e^x.g(x) \\ x\to +\infty \end{array}\right\} \longrightarrow \lim_{x\to +\infty} e^x.g(x) = \ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .$$

c) Verdadero o Falso?. (En caso V : demostrar, en caso F: contraej)

i) si $\lim_{x\to 1} \dfrac{h(x) - h(1)}{x-1} = 0 \quad \Rightarrow$ h tiene máx. o mín relativo en 1.

ii).si $\lim_{x\to a}\dfrac{v(x)-v(a)}{x-a}=-2 \Rightarrow \quad v\downarrow$ en a .

2) **a)** Se consideran las funciones : **u:u(x)=2x+4 y v:v(x)=e$^{\mathbf{x}}$**

Calcular, aplicando la definición: **u ’(a) y v ’(a).**

b) i) EA y RG de $g:g(x)=(2x+4).e^{x}$

ii) Estudiar continuidad , derivabilidad en –2 y en 1 y graficar :

$$h:h(x)=\begin{cases}(2x+4).e^{x} & \text{si} \quad \mathbf{x<-2}\\ x+2 & \text{si} \quad -2\le x\le 1\\ \sqrt{x+1} & \text{si} \quad x>1\end{cases}$$

3) **(LIBRES**

a) Sea $f:f(x)=\dfrac{x^{2}+2x}{x+2}e^{\frac{x+2}{x}}+1$

i) EAyRG de f.

ii) ¿puede aplicarse el teorema de Bolzano a f en [-3,0]?
¿ y en [-1,9 ; -1] ? Fundamentar respuesta.
Si en alguno de los dos casos respondió afirmativamente,
completar : $\xrightarrow{\text{por.teo.Bolzano}} \exists c\in(..,..)/f(c)=......$

b) Verdadero o Falso? Fundamentar :

iii) si h no es derivable en 2 $\Rightarrow \nexists \lim_{x\to a} h(x)$

iv) si $\exists$ y es finito el $\lim_{x\to a}\dfrac{u(x)-u(a)}{x-a} \Rightarrow \lim_{x\to a}u(x)=u(a)$

1) a) Sea $f:f(x)=x^{3}.e^{x+2}+5$

i) Demostrar que f tiene una raíz en el intervalo $[-2,-1]$

ii) EA y RG de f sin f ‘’. Escribir un posible signo de f ’’(x).

b) Se considera

$$g : g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \le 0 \\ L(x+1)+5 & \text{si } 0 < x < 1 \\ x-2 & \text{si } x \ge 1 \end{cases}$$

i) Estudiar continudad y derivabilidad de g en 0 y en 1.

ii) Graficar g.

c) i) Demostrar que si :

$$\left.\begin{array}{l} f(x) \text{ y } g(x) \text{ infinitos para } x \to +\infty \\ \text{ord}[f(x)] < \text{ord}[g(x)] \end{array}\right\} \Rightarrow \underset{x\to+\infty}{f(x)-2g(x)+3 \sim -2g(x)}$$

ii) Calcular: $\text{lím}_{x\to+\infty} \dfrac{Lx-2e^{x}+3}{\sqrt{x+3}}$ y $\text{lím}_{x\to-\infty} \dfrac{L|x|-2e^{x}}{x^{2}+3}$

2) a) Siendo $u : u(x) = L|x-5|$, demostrar que u '(a)= $\dfrac{1}{a-5}$ $(a \neq 5)$

b) Sea $f : f(x) = L|x-5| + \dfrac{x-10}{x-5}$

i) EA y RG de f.

ii) Construir la recta tangente a la gráfica de f en el punto (4,f(4)).

b) Verdadero o Falso? Fundamentar (si V: demostrar, si F: contraej.)

i) si $\text{lím}_{x\to0} h(x) = h(0) \Rightarrow \text{lím}_{x\to0} \dfrac{h(x)-h(0)}{x} = \alpha \in R$

ii) si $g'(a) < 0 \Rightarrow g\downarrow$ en a

iii) si $f\downarrow$ en a $\Rightarrow f'(a) < 0$

iv) $\text{lím}_{x\to+\infty}[(x+5).e^{\frac{1}{x}} - x]=0$

EXAMEN MATEMÁTICA "A" 6toE 14 / 7/ 09 LICEO Nº3Noct

TRIBUNAL : Sahajdak, Schimid, Weinberger. 2ª prueba

1) a) i) Demostrar que si :

$$f(x) \text{ y } g(x) \text{ infinitos para } x\to+\infty \Rightarrow \Big\} \; g(x)-2f(x) \sim -2f(x)$$

ord[f(x)]>ord[g(x)] $\quad\quad\quad\quad$ x→+∞

ii) Calcular: $lím_{x\to+\infty} \dfrac{Lx-2x^3}{e^x-2}$.

Mencionar los teoremas empleados en el cálculo.

b) Sea $h: h(x) = L|x+2|$. Demostrar que $h'(a) = \dfrac{1}{a+2} \quad a \neq -2$

c) Sea $f : f(x) = \dfrac{x+1}{x} + L|x+2|$

i) Demostrar que f tiene una raíz en el intervalo (-2,6 , -2,5)

ii) EA y RG de f.

2) a) Se considera una función f que cumple :

```
          - - -  0 - - - - -  ∄ - - -   0  + + +
sig f(x)       ------------------------------------>
               -2          0       1        x
```

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -3 \quad \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = -3 \quad \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = -\infty \quad \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

```
           + +  ?  - - - - -  ? + + + + + + +
sig f '(x)     ------------------------------------>
               -2          0                x
```

$\lim\limits_{x\to -2^-} f'(x) = 2 \quad \lim\limits_{x\to -2^+} f'(x) = -3 \quad \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = 2$

i) Indicar si f es derivable en -2 y en 0. Justificar respuestas.

ii) Indicar , de acuerdo a los datos, si f es continua en 1.
Si lo es, demostrarlo. Si es falso, dar un contraejemplo.

iii) Graficar f coherente con los datos anteriores.

b) i) Demostrar:

f (x) ~ g(x)

x→ 3

$\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x+1}{x-3} f(x) = \lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x+1}{x-3} g(x)$

$\exists \lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x+1}{x-3}.f(x)$

ii) Calcular : $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x+1}{x-3} L\left|x^2 - x - 5\right|$

3) (LIBRES)

a) EA y RG de f : f (x) = $\dfrac{1}{x}\, e^{\frac{1}{x}} - 2$

b) Se considera

$$g : g(x) = \begin{cases} f(x) & si\ x \le 0 \\ L(x+1) - 2 & si\ 0 < x < 1 \\ x - 2 & si\ x \ge 1 \end{cases}$$

i) Estudiar continudad y derivabilidad de g en 0 y en 1.

ii) Graficar g.

i) si $\lim_{x\to 0} h(x) = h(0) \Rightarrow \lim_{x\to 0} \dfrac{h(x) - h(0)}{x} = \alpha \in R$

ii) si g '(a) < 0 $\Rightarrow$ g$\downarrow$ en a

iii) si f$\downarrow$ en a $\Rightarrow$ f '(a) < 0

iv) $\lim_{x\to +\infty}[(x+5).e^{\frac{1}{x}} - x] = 0$

2da Prueba Parcial 6toI Matemática “A”. 23/12/08 Liceo Nº3N

1) a) Sea $u : u(x) = e^{2x} - 1$

i) Demostrar, aplicando definición, que : $u'(a) = 2.e^{2a}$

ii) Justificar que la recta y=2x es tangente al Gu en el punto (0,0). Graficar u y la recta mencionada en un mismo sistema de ejes.

iii) Discutir, según m∈ R, el signo de la función :
$g : g(x) = e^{2x} - 1 - mx$

iv) Para m=1, investigar si es posible aplicar el teorema de Bolzano a g (definida en iii), en el intervalo [-1,-½]. Fundamentar.

b) Sea $f : f(x) = e^{2x} - 2x - mx^2$ **con m ≤ 2**

i) EA de f, sin f ’’.

ii) Efectuar bosquejos gráficos de f , discutiendo según **m**∈ **(-∞,2].** Teniendo en cuenta f(0), discutir sigf(x) y escribir un posible sigf ’’(x) en cada caso.

2) a) Verdadero o Falso?. Fundamentar.(si V: demostrar, si F: contraejemplo)

i) si f y g son infinitos para x→-∞

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{g(x)} = -3 \\ f(x) \approx u(x), \quad g(x) \approx v(x) \\ \qquad x \to -\infty \end{array}\right\} \Rightarrow f(x) + g(x) \underset{x\to-\infty}{\approx} u(x) + v(x)$$

ii) si Df= [0,+ ∞) → f es continua $\forall x \in [0,+\infty)$

iii) si f ↓ en a → $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a} = \alpha \in R^-$

iv) si $\lim\limits_{x\to a^\pm} g'(x) = \alpha \in R \quad \rightarrow \quad g \text{ es continua en } a$

b) Calcular : $i) \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{9x^2 + 5x} + x}{x^2 . L\left(\dfrac{x+1}{x}\right)}$ $\quad ii) \lim\limits_{x\to+\infty} [(2x+3).e^{\frac{1}{x}} - 2x]$

c) Sea f : f(x)= $\begin{cases} L\left|\dfrac{2x-3}{x}\right| + \dfrac{6}{x} & si\ x \le 3 \\ \sqrt{x+1} & si\ 3 < x < 4 \\ \dfrac{x^2 - 2x - 15}{x - 5} & si\ x \ge 4 \end{cases}$

i) EA de f para x≤3
ii) Estudiar cont. de f en 3 y en 4.
iii) Estudiar derivab. de f en 3,4 y 5
iv) Graficar f.

EXAMEN MAT. "A" 6tol 2ªPrueba Parcial 26/ 2 / 09 LICEO Nº3
TRIBUNAL :

1) a) Sea $f : f(x) = \frac{1}{x} e^{\frac{1}{x}} + \frac{2x+1}{2x^2}$

i) Investigar si es posible aplicar el teorema de Bolzano a f en los intervalos [-1,1] y [-1,-$\frac{1}{20}$]. Fundamentar respuestas.

ii) Comprobar que : $f\,'(x) = \frac{-x-1}{x^3}\left(e^{\frac{1}{x}} + 1\right)$ y estudiar su signo, justificando que : $e^{\frac{1}{x}} + 1 > 0 \ \forall x \neq 0.$

b) EA y RG de f , sin f ''.

Escribir un posible signo de f ''(x), coherente con el estudio hecho.

c) Demostrar que si:

i) $\left.\begin{array}{l}\text{h es continua en (a-1,+oo)} \\ \text{h(a)>3>h(b)}\end{array}\right\} \Rightarrow \exists c \in (a,b) / h(c) = 3$

ii) si $g : g(x) = \sqrt{x+2}$, a > -2 $\Rightarrow$ g'(a)= $\frac{1}{2\sqrt{a+2}}$

(aplicar def. de derivada)

2) a) Sea $u : u(x) = L|x| + \frac{1}{x}$.

i) EA y RG de f,sin f ’’.

ii) Sean : $\begin{matrix} \alpha, \beta \in \Re / u(\alpha) = u(\beta) = 1 \\ \gamma, \delta \in \Re^{+} / u(\gamma) = u(\delta) = 2 \end{matrix}$

Es posible aplicar el teorema de Rolle a la función u en los intervalos $[\alpha, \beta]\, y\, [\gamma, \delta]$?
Fundamentar respuestas.

b) Sea f : f (x) **=** $\frac{x-1}{L|x|}$

i) EA de f, sin f ’’

ii) Graficar f . Calcular el $\lim\limits_{x \to 0^{\pm}} f'(x)$ e interpretarlo gráficamente.

iii) Si modificamos la definición de f :

f : f(x)= $\begin{cases} \frac{x-1}{L|x|} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

Estudiar continuidad y derivabilidad de f en 0.

c) Verdadero o Falso?. (si V: demostrar, si F: contraejemplo.)

i) si f y g son derivables en a, h$\in$R $\Rightarrow$ (f+hg)’(a)=f ’(a)+hg’(a)

ii) si $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ = -1 $\Rightarrow$ f$\downarrow$ en a

iii). si f$\downarrow$ en 3 $\Rightarrow$ f ‘(3) < 0