EX 6toI MATEMÁTICA "A" 2ªPRUEBA 5/7/10 LICEO Nº3 N
TRIBUNAL : Schimid, Valenzuela, Weinberger.

1) a) Sea f una función que cumple las siguientes condiciones:
$d(f)=R-\{2\}$ f es continua en su dominio.

sig f(x) + + + + + 0 + + ∄+ + + 0 - - - - - - -
0 2 4 x

$lím_{x\to 2} f(x)=+\infty$, $lím_{x\to -\infty} f(x)=2$, $lím_{x\to +\infty} f(x)=-\infty$

$lím_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x}=-1$, $lím_{x\to +\infty}(f(x)+x)=2$

sig f ' (x) + + + ? + + + 0 - - - - - ? + + + ? - - - - - - - - - - -
-4 - 2 0 2 x

f(-2)=5 $lím_{x\to 0^-} f'(x)=\infty$, $\underset{x\to 0^+}{lím} f'(x)=0$

sig f ''(x) + + 0 - - - - - - - - - - - ∄+ + + + ∄ + + + + + + + + +
- 4 0 2

f(-4)= 3 $\underset{x\to -4}{lím}\frac{f(x)-f(-4)}{x+4}=4$

i) Indicar si f es derivable en: -4, 0 y 2. Justificar respuestas.
ii) Graficar f que cumpla con <u>todos</u> los datos aportados.

b)
i) Sea h:h(x)= e^{-x+1}.
Calcular h '(1), <u>aplicando la definición de derivada.</u>

ii) EAyRG de g:g(x)=(x+1).e^{-x+1}
(Construir la recta tangente a la Gg en el punto (1,2))

2) Sea f:f(x)= 8L│x-2│- x^2 + 4x - 3

a) i) Estudiar continuidad de f, justificando.
ii) Determinar si es posible aplicar el teorema de Bolzano a f en los intervalos : [0, $^3/_2$] y [$^3/_2$,4], fundamentando.
iii) Hallar una raíz entera de f.
iv) ¿Puede afirmarse que f <u>no</u> tiene raíces en el intervalo ($^3/_2$,4)? Justificar respuesta.

b) EAyRG de f

c) Sea:

$$g:g(x)=\begin{cases} f(x) & si\ \ x\le 1 \\ \sqrt{x-1} & si\ 1<x<2 \\ |x-3|-1 & si\ \ x\ge 2 \end{cases}$$

i) Estudiar continuidad y derivabilidad de g en 1, 2 y 3.
ii) Graficar g

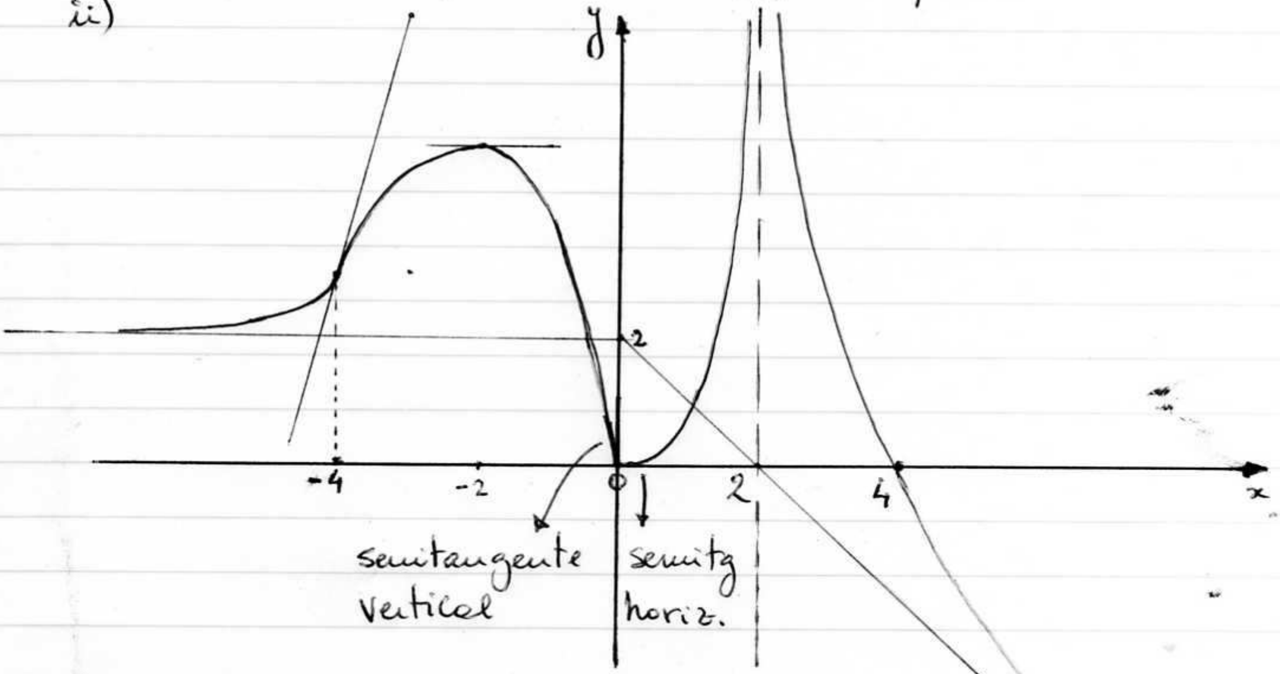
6I Mat "A" 2^{do} PP 5/7/10 - Resolución (1)

1) a) i) $\lim_{x \to -4} \frac{f(x) - f(-4)}{x+4} = 4 \in \mathbb{R} \xrightarrow{x\,def} f$ es derivable en -4

$$\left.\begin{array}{l} f \text{ cont. en } 0 \text{ pero:} \\ \lim_{x\to 0^-} f'(x) = \infty \\ \lim_{x\to 0^+} f'(x) = 0 \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{deriv.}]{\text{criterio}} f \text{ \underline{no} es derivable en } 0$$

$\nexists f(2) \xrightarrow{x\,def} f$ no cont. en 2 $\xrightarrow{teo} f$ no deriv. en 2

ii)



b) i) $h(x) = e^{-x+1}$

$$h'(1) = \lim_{x\to 1} \frac{\overbrace{e^{-x+1}}^{h(x)} - \overset{h(1)}{\widehat{1}}}{x-1} \underset{\substack{e^{u}-1 \sim u \\ u \to 0}}{=} \lim_{x\to 1} \frac{-x+1}{x-1} = \boxed{-1 = h'(1)}$$

ii) $g(x) = (x+1) \cdot e^{-x+1}$ $\qquad D_g = \mathbb{R}$ $\qquad$ sig $g(x) \xrightarrow[\quad -1 \quad]{- \; 0 \; +}$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x}{e^{x-1}} = 0 \quad (x \text{ órd}) \qquad \lim_{x\to-\infty} \underset{\substack{\downarrow \\ -\infty}}{x} \underset{\substack{\downarrow \\ +\infty}}{e^{-x+1}} = -\infty \qquad \lim_{x\to-\infty} \frac{\overset{1}{\cancel{x}} e^{-x+1}}{\cancel{x} 1} = +\infty$$

$\to$ D.AS // Oy

D1: $g'(x) = (1-x-1)\, e^{-x+1} \overset{\frown}{=} -x\, e^{-x+1}$

sig $g'(x) \xrightarrow[\quad 0 \quad x]{+ \; 0 \; -}$

$g(0) = e$

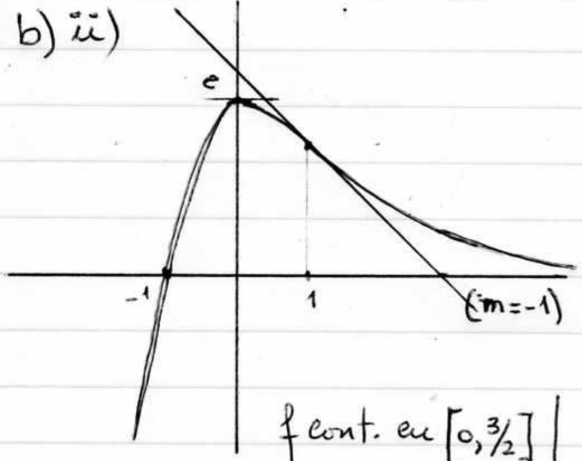
D2: $g''(x) = (-1+x)\, e^{-x+1}$

sig $g''(x) \xrightarrow{- \; 0 \; +}$

$g(1) = 2 \;\wedge\; g'(1) = -1$

5/7/10 Resolución (2)

1 b) ii)



2) $f(x) = 8L|x-2| - x^2 + 4x - 3$

a)

$$\left.\begin{array}{l} 8L|x-2| \text{ cont } \forall x \neq 2 \\ (\text{cont func log, cte y prod}) \\ -x^2+4x-3 \text{ cont } \forall x \in \mathbb{R} \\ (\text{cont func polin.}) \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{suma}]{\text{teo cont.}} f \text{ cont. } \forall x \neq 2$$

$$\left.\begin{array}{l} f \text{ cont. en } [0, 3/2] \\ f(0) \simeq 2{,}6 > 0 \\ f(3/2) \simeq -4{,}85 < 0 \end{array}\right\} \longrightarrow \text{puedo aplicar Bolzano en } [0, 3/2]$$

$\rightarrow \exists c \in [0, 3/2] \,/\, f(c) = 0$

f no cont. en 2 ⟶ no puedo aplicar Bolzano en $[3/4, 4]$

iii) $c = 1$? : $f(1) = 0$ → 1 es raíz entera de f

iv) No es posible afirmarlo con el estudio hecho, además <u>3 es raíz</u> de f !!

2) b) $Df = \mathbb{R} - \{2\}$, $\lim\limits_{x \to 2} \overbrace{8L|x-2|}^{\to -\infty} \overbrace{-x^2+4x-3}^{\to -1} = -\infty$

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) \overset{\text{x órdenes}}{=} \lim\limits_{x \to \pm\infty} -x^2 = -\infty$ // $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{\overbrace{f(x)}^{\to -x^2}}{x} = \infty$ → DAS // Oy

$f'(x) = \dfrac{8}{x-2} - 2x + 4 = \dfrac{\cancel{8} - 2x^2 + 8x - \cancel{8}}{x-2} = \dfrac{-2x^2+8x}{x-2}$

sig $f'(x)$: $+ \overset{\frown}{0} - \nexists + \overset{\frown}{0} -$

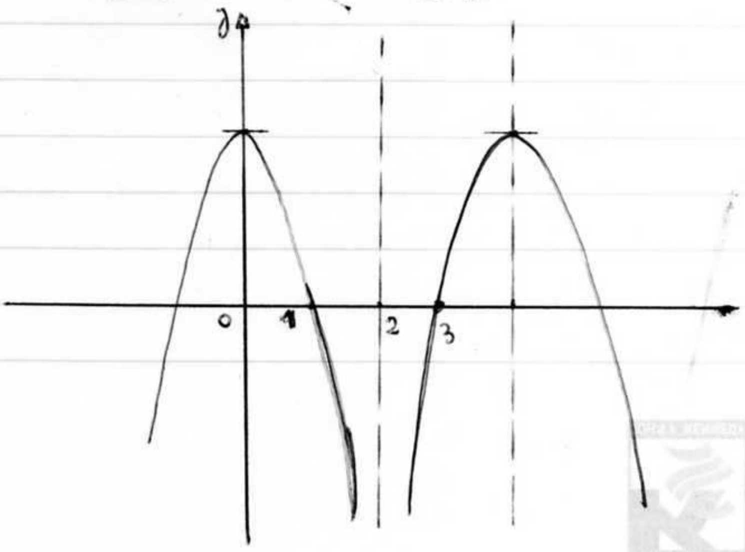
0 2 4 x

$f(0) \simeq 2{,}6$ $f(4) \simeq 2{,}6$

$f''(x) = \dfrac{-8}{(x-2)^2} - 2 =$

sig $f''(x)$: $- \nexists -$

2



5/7/10 Resolución (3)

c) Cont. en 1:

$$\left.\begin{array}{l} g(1)=0 \\ \lim\limits_{x\to 1^-} g(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = 0 \\ \lim\limits_{x\to 1^+} \sqrt{x-1} = 0 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{x def}} g \text{ cont. en } 1$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{-2x^2+8x}{x-2} = -6 \\ \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{1}{2\sqrt{x-1}} = +\infty \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{deriv}]{\text{x criterio}} g \ \underline{\text{no}} \text{ es deriv en } 1$$

cont en 2:

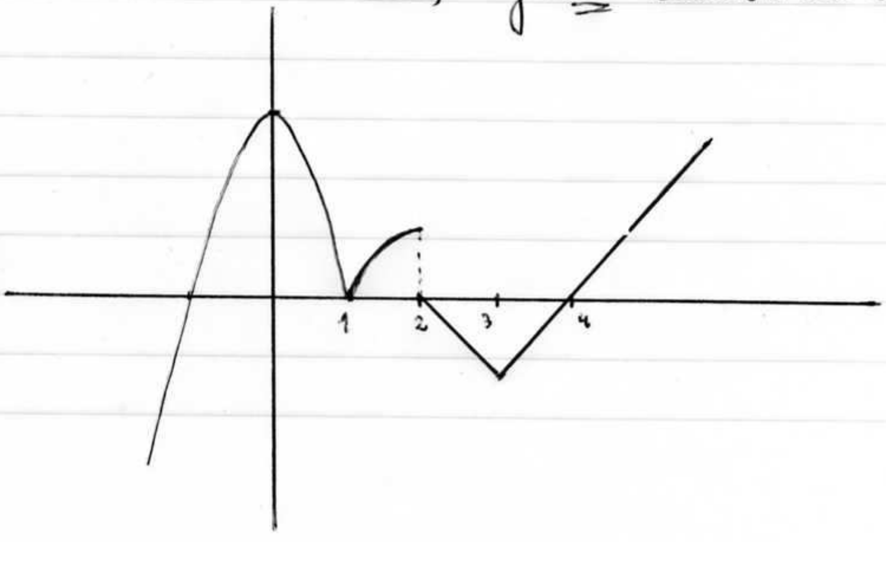
$$\left.\begin{array}{l} g(2) = \lim\limits_{x\to 2^+} |x-3|-1 = 0 \\ \lim\limits_{x\to 2^-} \sqrt{x-1} = 1 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{x def}} g \ \underline{\text{no}} \text{ cont en } 2 \ \big\downarrow \text{teo} \ g \ \underline{\text{no}} \text{ deriv en } 2$$

cont en 3:

$$g(3) = -1 = \lim_{x\to 3} g(x) \to g \text{ cont en } 3$$

$$\lim_{x\to 3^\pm} \frac{|x-3| \cancel{-1} \cancel{+1}}{x-3} = \lim_{x\to 3^\pm} \frac{\pm(x-3)}{x-3} = \pm 1$$

$$\xrightarrow{\text{x def}} g \ \underline{\text{no}} \text{ derivable en } 3$$



6toI2. MAT”A”   2ª Prueba Parcial   24/9/10   LICEONº3N
Tribunal:

1) Sea $f : f(x) = x.L\left|e^{-1}.x\right|$

a) Comprobar que $f\,'(x) = L|x|$. Mencionar las propiedades empleadas.

b) Demostrar, aplicando la definición de derivada que : $f\,''(a) = \frac{1}{a}$

c) Calcular $\underset{x\to 0^{\pm}}{lím}\ f(x)$, tomando $z = \pm\frac{1}{x}$ ¿Es f continua en 0 ?.Justificar.

d) EA y RG de f

2) a) Demostrar, **<u>aplicando definiciones de límite,</u>** que :

i) $\underset{x\to\ 4}{lím}\ \frac{-3x+8}{2} = -2$ ii) $\underset{x\to\ +\infty}{lím}\ L(2x-7) = +\infty$

b) Se considera una función f que cumple :

sig f(x)
+ + + 0 - - ∄ - - 0 - - - 0 + + 0 + +
-3 -2 -1 1 2 x

$\underset{x\to -2}{lím}\ f(x) = -\infty$ $\underset{x\to 2^-}{lím}\ f(x) = 3$ $\underset{x\to \pm\infty}{lím}\ f(x) = +\infty$ $\underset{x\to +\infty}{lím}\ \frac{f(x)}{x} = \infty$

$\underset{x\to -\infty}{lím}\ \frac{f(x)}{x} = 0$ f *es continua* $\forall x \in R - \{-2,2\}$, f *continua en* 2^{+}

sig f ’(x)
- - - ? + + ? - - - 0 + + ? + + + +
-2 -1 0 2 x

$\underset{x\to\ -1^-}{lím}\ f\,'(x) = 1$ $\underset{x\to -1^+}{lím}\ f\,'(x) = -2$ $f(0) = -1$

i) Indicar si f es derivable en -2, en -1 y en 2. Justificar.

ii) Graficar f coherente con todos los datos anteriores.

6º I MAT "A" 29/9/10 RESOLUCIÓN

1) $f(x) = x\,L|e^{-1}.x|$

a) $f'(x) = 1.L|e^{-1}x| + \cancel{x}^{1}\,\dfrac{1}{\cancel{e^{-1}}_{1}.\cancel{x}_{1}}.\cancel{e^{-1}}^{1} = L|e^{-1}x| + 1 \underset{\text{v.abs}}{\overset{\text{prop}}{=}}$

$\underset{\text{def. v.abs}}{\overset{\text{prop}}{=}} L\left(e^{-1}|x|\right)+1 \underset{\text{log}}{\overset{\text{prop}}{=}} Le^{-1} + L|x| + 1 \overset{\text{def log}}{=} -1 + L|x| + 1 = L|x|$

b) $f''(a) \overset{\text{si }\exists}{=} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f'(x) - f'(a)}{x-a} = \lim\limits_{x\to a} \dfrac{L|x| - L|a|}{x-a} =$

$\underset{\substack{\text{log}\\ \text{d v.abs}}}{\overset{\text{prop}}{=}} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{L\left|\boxed{\frac{x}{a}}^{\nearrow 1>0}\right|}{x-a} \underset{Lu\sim u-1}{=} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{\frac{x}{a}-1}{x-a} =$

$= \lim\limits_{x\to a} \dfrac{\cancel{x-a}^{1}}{a(\cancel{x-a}_{1})} = \dfrac{1}{a} \to f''(a) = \dfrac{1}{a}$

c) $\lim\limits_{x\to 0^+} x.\left(L|x|-1\right) = \lim\limits_{\substack{z\to+\infty\\ z=\frac{1}{x}\to+\infty}} \dfrac{1}{z}.\left(L|\tfrac{1}{z}|-1\right) =$

$L\frac{1}{z} = \underset{\substack{\shortparallel\\ 0}}{L1} - Lz$

$= \lim\limits_{z\to+\infty} \dfrac{-L|z|}{z} = 0^-$ (x órdenes)

$\lim\limits_{x\to 0^-} x\left(L|x|-1\right) = \lim\limits_{\substack{z\to+\infty\\ z=-\frac{1}{x}\to+\infty}} -\dfrac{1}{z}\left(L|-\tfrac{1}{z}|-1\right) = \lim\limits_{z\to+\infty} \dfrac{Lz}{z} = 0^+$

(x órdenes)

o $\lim\limits_{x\to 0^\pm} x\left(\overset{\to-\infty}{L|x|-1}\right) \sim L|x| = \lim\limits_{x\to 0^\pm} \dfrac{\overset{\to\infty}{L|x|}}{\frac{1}{x}_{\to\pm\infty}} = 0$ (x órdenes)

$\nexists f(0) \xrightarrow{\text{x def}} f$ <u>no</u> Cont en 0

29/9. RESOLUCIÓN (2)

d) $f(x) = x\, L|e^{-1} x| = x(L|x| - 1)$ $Df = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^*$

sig x: $-\ -\ -\ \overset{0}{|}\ +\ +\ +$ (0; x)

sig$(L|x|-1)$: $+\ +\ \underset{-e}{0}\ -\ \underset{0}{\nexists}\ -\ \underset{e}{0}\ +\ +$ (x)

sig $f(x)$: $-\ \underset{-e}{0}\ +\ \underset{0}{\nexists}\ -\ \underset{e}{0}\ +$ (x)

$f'(x) = L|x|$ sig $f'(x)$: $\overset{\nearrow}{+}\ \underset{-1}{\overset{\frown}{0}}\ \overset{\searrow}{-}\ \underset{0}{\nexists}\ \overset{\searrow}{-}\ \underset{1}{\overset{\smile}{0}}\ \overset{\nearrow}{+}$

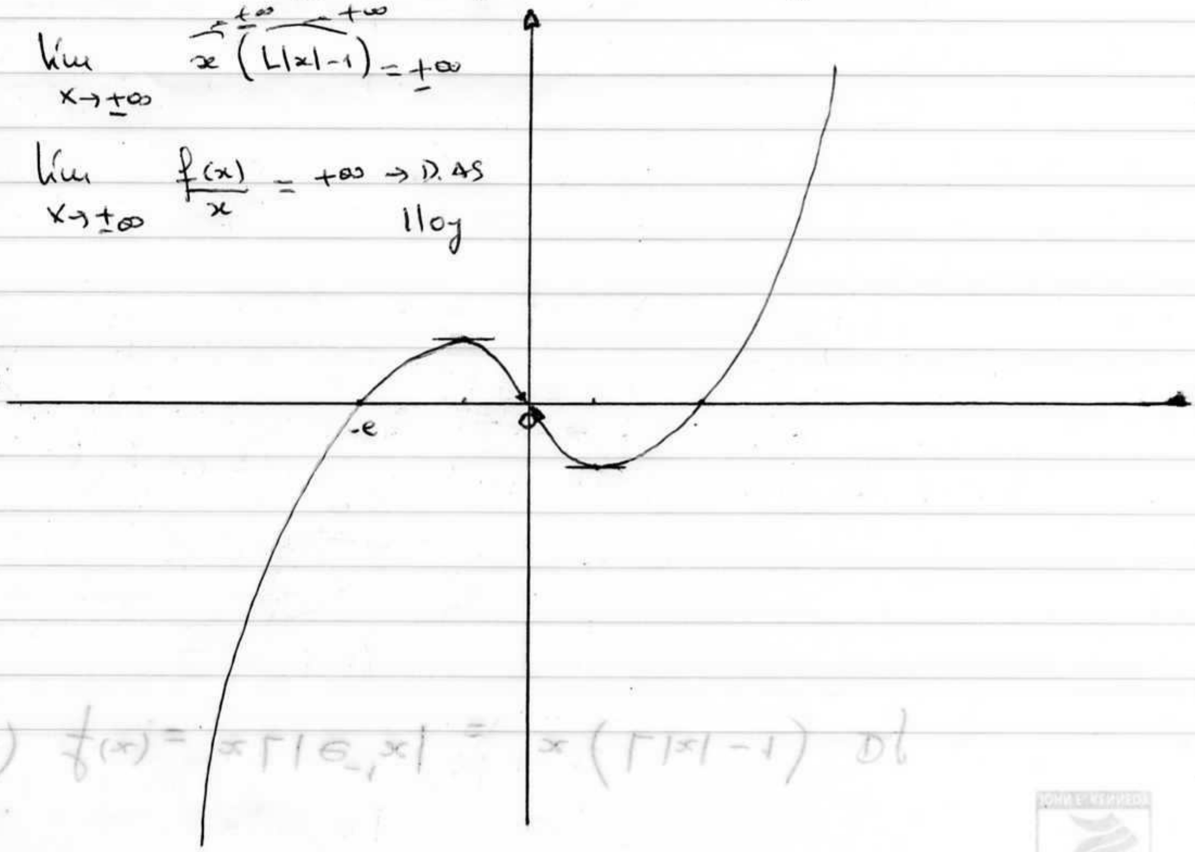
$f(-1) = 1$ $f(1) = -1$

$f''(x) = \frac{1}{x}$ sig $f''(x)$: $\overset{¢ > 0}{-}\ \underset{0}{\nexists}\ \overset{¢ < 0}{+}$

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} \overset{\pm\infty}{x}\, \overset{+\infty}{(L|x|-1)} = \pm\infty$

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty \to$ D. AS

// $\log$



6º I MAT "A" 29/9/10 Resolución (3)

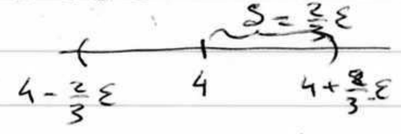
2) a) i) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{-3x+8}{2} = -2 \longleftrightarrow \forall E(-2,\varepsilon)\ \exists\ E^*(4,\delta)\ \Big|$

$\forall x \in E^*(4,\delta) \longrightarrow -2-\varepsilon < \dfrac{-3x+8}{2} < -2+\varepsilon$

Dem

$$-2-\varepsilon < \frac{-3x+8}{2} < -2+\varepsilon \underset{(\text{monot})}{\overset{\times 2}{\longleftrightarrow}} -4-2\varepsilon < -3x+8 < -4+2\varepsilon \longleftrightarrow$$

$$\underset{(-8)}{\overset{\text{sumo}}{\longleftrightarrow}} -12-2\varepsilon < -3x < -12+2\varepsilon \overset{\cdot/\cdot(-3)}{\longleftrightarrow} 4+\frac{2}{3}\varepsilon > x > 4-\frac{2}{3}\varepsilon$$



$$\longrightarrow \exists\ \delta = \frac{2}{3}\varepsilon > 0 \ \Big|\ \forall x \in E^*(4,\delta) \longrightarrow -2-\varepsilon < \frac{-3x+8}{2} < -2+\varepsilon$$

l.q.q.d

ii) $\lim\limits_{x \to +\infty} L(2x-7) = +\infty \longleftrightarrow \forall k>0\ \exists h>0 \ \Big|$

$\forall x > h \longrightarrow L(2x-7) > k$

Dem

$$L(2x-7) > k \underset{(2x-7>0)}{\longleftrightarrow} 2x-7 > e^k \longleftrightarrow x > \frac{e^k+7}{2}$$

$\longrightarrow \exists h = e^k+7 > 0 \ \Big|\ \forall x > h \longrightarrow L(2x-7) > k$ l.q.q.d

b) i) $\nexists f(-2) \xrightarrow{\times \text{def}} f$ no cont. en $-2 \xrightarrow{\text{teo}} f$ no deriv. en -2

f cont. en -1 pero ..

$\lim\limits_{x \to -1^-} f'(x) = 1$

$\lim\limits_{x \to -1^+} f'(x) = -2$

$\Bigg\} \underset{\text{deriv.}}{\xrightarrow{\text{crit.}}} f$ no deriv. en -1

$\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = 3$

$\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = f(2) = 0$

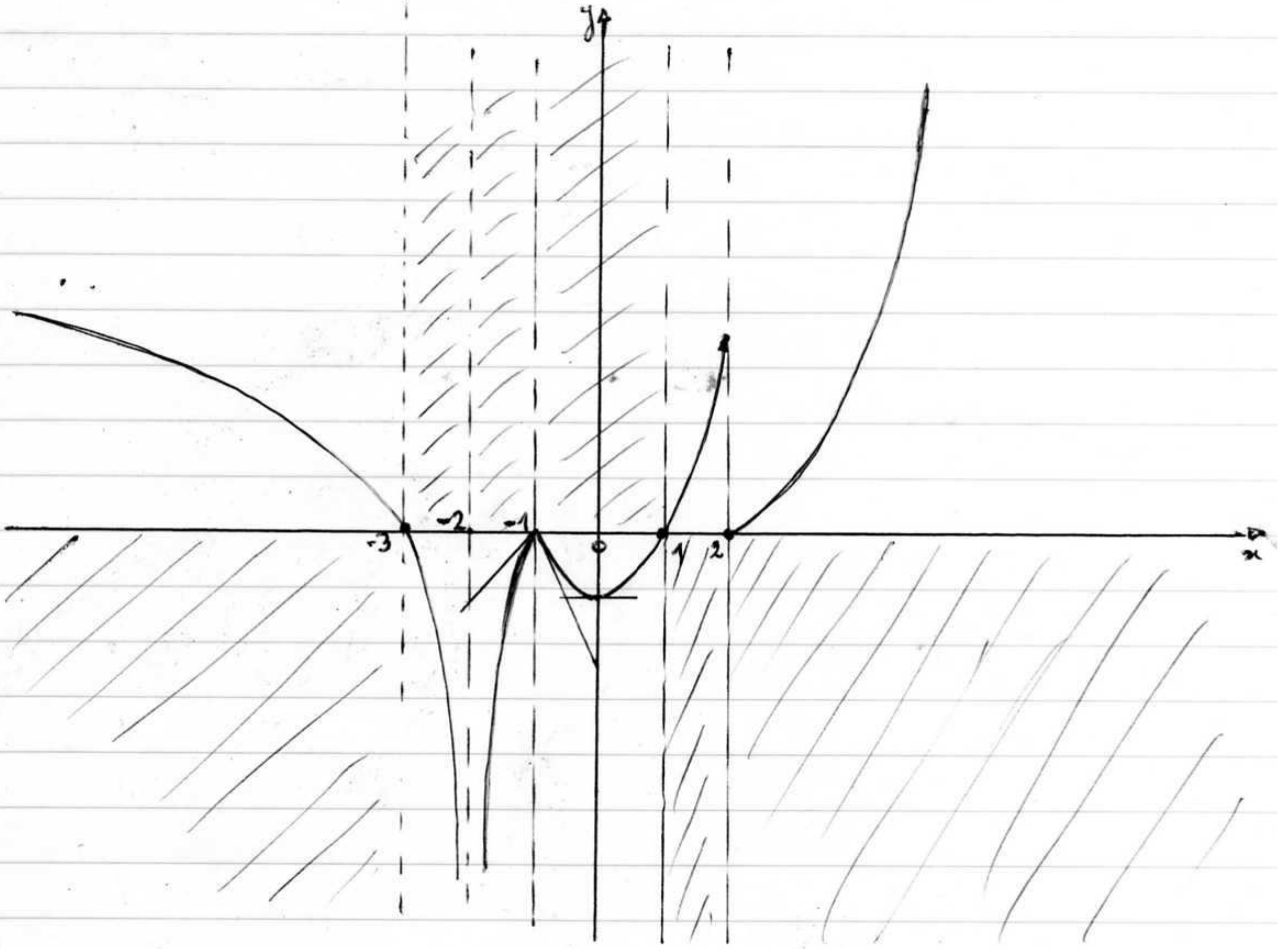
(f cont. en 2^+)

$\Bigg\} \xrightarrow{\times \text{def}} f$ no cont. en 2

$\downarrow \times$ teo

f no deriv. en 2

6º I MAT "A" 29/9/10 Resol (4)



EXAMEN MAT. “A” 6toI 2ªPrueba Parcial 26/ 2 / 09 LICEO Nº3
TRIBUNAL :

1) a) Sea $f : f(x) = \frac{1}{x} e^{\frac{1}{x}} + \frac{2x+1}{2x^2}$

i) Investigar si es posible aplicar el teorema de Bolzano a f en los intervalos [-1,1] y [-1,-$\frac{1}{20}$].
Fundamentar respuestas.

ii) Comprobar que : $f\ '(x) = \frac{-x-1}{x^3} (e^{\frac{1}{x}} + 1)$ y estudiar su signo,

justificando que : $e^{\frac{1}{x}} + 1 > 0\ \forall x \neq 0.$

b) EA y RG de f , sin f ’’.

Escribir un posible signo de f ’’(x), coherente con el estudio hecho.

c) Demostrar que si:

i) $\left.\begin{array}{l}\text{h es continua en (a-1,+oo)}\\ \text{h(a)>3>h(b)}\end{array}\right\} \Rightarrow \exists c \in (a,b) / h(c) = 3$

ii) si $g : g(x) = \sqrt{x+2}$, a > -2 ⇒ g’(a)= $\frac{1}{2\sqrt{a+2}}$
(aplicar def. de derivada)

2) a) Sea $u : u(x) = L|x| + \frac{1}{x}$.

i) EA y RG de f,sin f ''.

ii) Sean : $\begin{array}{l} \alpha, \beta \in \Re / u(\alpha) = u(\beta) = 1 \\ \gamma, \delta \in \Re^{+} / u(\gamma) = u(\delta) = 2 \end{array}$

Es posible aplicar el teorema de Rolle a la función u en los intervalos $[\alpha, \beta] y [\gamma, \delta]$?
Fundamentar respuestas.

b) Sea f : f (x) = $\frac{x-1}{L|x|}$

i) EA de f, sin f ''

ii) Graficar f . Calcular el $\lim_{x \to 0^{\pm}} f'(x)$ e interpretarlo gráficamente.

iii) Si modificamos la definición de f :

f : f(x)= $\begin{cases} \frac{x-1}{L|x|} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

Estudiar continuidad y derivabilidad de f en 0.

c) Verdadero o Falso?. (si V: demostrar, si F: contraejemplo.)

i) si f y g son derivables en a, h∈R ⇒ (f+hg)'(a)=f '(a)+hg'(a)

ii) si $\lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = -1$ ⇒ f↓ en a

iii). si f↓ en 3 ⇒ f '(3) < 0

EXAMEN MAT. “A” 6toI 2ªPrueba Parcial 20 / 4 / 09 LICEO Nº3
TRIBUNAL :

1) a) i) Demostrar que:

$$si \quad \lim_{x\to a} f(x)=k\in R^{*}, \exists \lim_{x\to a} f(x)g(x) \quad \Rightarrow \quad f(x).g(x) \underset{x\to a}{\approx} k.g(x)$$

ii) Calcular : $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{(x^3+5x^2+7x-12).L(x^3+2x^2-2)}{x^2-1}$

b) Sea $f : f(x)=(1-\lambda x).e^{\lambda x}$ +1 , con $\lambda \neq 0$

i) Para $\lambda > 0$ Investigar si es posible aplicar el teorema de Bolzano a f en : $[-1/\lambda, 2/\lambda]$ o en $[0, 1/\lambda]$. Fundamentar respuestas.

ii) EA de f, discutiendo según $\lambda \neq 0$, efectuar bosquejos gráficos en cada caso.

c) Verdadero o falso?(si V: demostrar, si F: contraejemplo con fundam.)

i) si $\exists$ g(a) → g es continua en a

ii) si $\lim_{x\to a} h(x)=\beta\in R \quad \to \quad h$ es continua en a.

iii) si f es continua en [a,b] y f(a)>3>f(b) → $\exists$ c$\in$ (a,b)/f(c)=3

2) a) Sean: $f : f(x)=\frac{1}{2}e^{x-2} \qquad g : g(x)=-\frac{3}{8}x^2+2x-2$

i) Calcular f ’(2) y g ‘(2), <u>aplicando la definición de derivada.</u>

ii) Justificar que Gf y Gg son tangentes en el punto (2,½). (tienen una misma recta tangente en dicho punto)

b) Sea h:h(x)= $\begin{cases} \frac{1}{2}e^{x-2} & si \ x\leq 2 \\ -\frac{3}{8}x^2+2x-2 & si \ 2<x\leq 4 \\ 20\dfrac{e^{\frac{-1}{x-4}}}{x^2-4x} & si \ x>4 \end{cases}$

i) Estudiar continuidad y derivabilidad de h en 2 y en 4.

ii) Completar el EA necesario (sin h’’) para realizar un bosquejo gráfico de h que incluya tangentes o semitang. en x=2 y x=4.

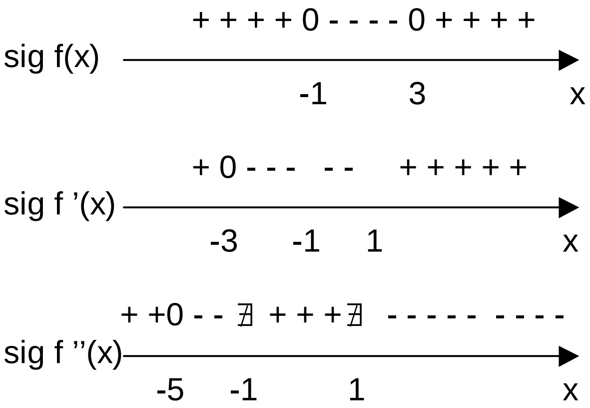
iii) A partir del bosquejo realizado, indicar un posible signo de h’’(x)

c) Verdadero o Falso?.(si V: demostrar, si F: contraejemplo)

i) si $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{u(x)-u(a)}{x-a}=-1 \quad \Rightarrow$ u es continua en a.

ii) si f es cont. en a, y el Gf <u>no presenta</u> semitangentes distintas en (a,f(a)) $\Big\}$ $\Rightarrow$ f es derivable en a

3) (LIBRES) Se considera una función f que cumple:



$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0 \quad \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}=\frac{1}{2} \quad \lim\limits_{x\to+\infty} (f(x)-\frac{1}{2}x)=-1$

$f(-3)=2$

$\lim\limits_{x\to-1} f\,'(x)=\infty \quad \lim\limits_{x\to1^-} f\,'(x)=0 \quad \lim\limits_{x\to1^+} f\,'(x)=8$

$f(-5)=1 \quad f\,'(-5)=2$

a) Graficar f.

b) Verdadero o Falso?. <u>Justificar sólo en base a los datos aportados.</u>

i) f derivable en -1 ii) f derivable en 1

iii) f continua en -3 iv) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{e^x}=0$

c) Sea f : $f(x)=2x^4+x^3+x+1$
Puede afirmarse que $\exists c\in(-1,0)/ f\,'(c)=0$?. Fundamentar.

d) Calcular : $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{e^{2x}-3x+2}{x-L|x|}$

EXAMEN MAT. "A" 6toI 2ªPrueba Parcial 7 / 09 LICEO Nº3
TRIBUNAL :

1) a) i) Demostrar que :

$$\left.\begin{array}{l} \text{si } f(x) \sim 3x \quad (x \to +\infty) \\ g(x) \sim -2x \quad (x \to +\infty) \end{array}\right\} \Rightarrow f(x) + g(x) \sim x \quad (x \to +\infty)$$

ii) Calcular : $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{3x + 5 - \sqrt{4x^2 - 7x}}{Lx - e^x}$

Mencionar los teoremas empleados en dicho cálculo.

b) Sea : $f : f(x) = \dfrac{x^2 + 4x}{x + 1} - 4L|x + 1|$

- i) Demostrar que f tiene una raíz en (4,1 ; 4,2)
- ii) EA y RG de f
- iii) Resolver la ecuación f(x)= λ x, discutiendo según $\lambda > 0$.

2) a) Se considera una función f continua en R-{3} que cumple:

sig f(x) + + + + + + + + + + + + + + + + 0 - - - 0 + + ∄ - - - - - - - - - - - - -
0 2 3 x

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0,$ $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = +\infty$ $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) = 0$ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$

sig f 'x) + + + + + + + + + + - - - - - - - - - - 0 + + ∄ - - - - - - - - - - - - -
-3 0 1 3 x

, $f(-3) = 2$ $\lim\limits_{x \to -3^-} f'(x) = 2$ $\lim\limits_{x \to -3^+} f'(x) = 0$ $f(1) = -1$ $\lim\limits_{x \to 0} f'(x) = \infty$ $\lim\limits_{x \to 3^+} f'(x) = 0$

sig f ''x) + + + + + + + + + + - - - - - - - + + + + + ∄ - - - - - 0 + + + + +
-3 0 1 3 5 x

f(5)= -2 f '(5)= - 2

- i) Graficar f.
- ii) Indicar para que valores f no es derivable. Justificar.

b) **i)** Sea $f:f(x)=e^{u(x)}$ con u derivable en a.

Demostrar, aplicando la definición de derivada : $f'(a)=e^{u(a)}.u'(a)$
recordar que :

$$e^{p}-e^{q}=e^{q}(e^{p-q}-1)$$

ii) . EA y RG de f:f(x)= 10(x-3).e^{-x}

c) Sean : $f:f(x)=|x-4| \quad y \qquad g:g(x)=sg(x-4)$

Estudiar continuidad y derivabilidad de f y de g en 4.

d) Verdadero o falso? Fundamentar.

i) si $\text{lím}_{x\to 4} g(x)=g(4)\Rightarrow \quad \text{lím}_{x\to 4}\dfrac{g(x)-g(4)}{x-4}=\alpha\in R$

ii) si $\underset{x\to 4}{lím}{}^{\pm}\, h'(x)=\alpha\in R \quad \Rightarrow \quad lím_{x\to 4}h(x)=h(4)$