6toI MATEMÁTICA “A” 2ªPP 6/12/10	LICEO Nº3 NOCTURNO

1) a) $h : h(x) = L|x-5|$

Demostrar, aplicando la def. de derivada : $h : h'(a) = \dfrac{1}{a-5} \quad \forall a \neq 5$

b) Se considera $g : g(x) = L|x-5| - \dfrac{1}{x-5} + 1$

i) Establecer si es posible aplicar el teorema de Bolzano a g en el intervalo $[{}^{11}\!/_{2}, 7]$.
Investigar si g tiene alguna raíz entera.

ii) **EAyRG de g. (**Verificar que $g''(x) = \dfrac{-x+3}{(x-5)^3}$)

1) a) Sea f una función que cumple las siguientes condiciones:
f es continua $\forall x \in R - \{0\}$.

sig f(x) + + + + + 0 - - - - - 0 + + + + 0 + + + + + + + + +
(-5, -2, 0; x)

$lím_{x\to 0^-} f(x) = +\infty$, $lím_{x\to -\infty} f(x) = +\infty$, $lím_{x\to +\infty} f(x) = 0$

sig f ' (x) - - - - - - - - - - - - - 0 + + + ? + + ? + + + ? - - - - - - - -
(-4, -1, 0, 2; x)

f(-4)= - 1 f(-1)=2 $lím_{x\to -1^-} f'(x) = \infty$, $lím_{x\to -1^+} f'(x) = 0$

$lím_{x\to 0^+} f'(x) = 3$ f(2)= 3 $lím_{x\to 2} \dfrac{f(x) - f(2)}{x-2} = 0$

sig f '' (x) + + + + + + + + + + + + + + ∄ + + ∄ - - - - - - - - 0 + + +
(-1, 0, 5; x)

f(5)=1 f '(5)= - 4

i) Investigar si f es derivable en -1,0 y 2. Justificar respuestas.
ii) Graficar f ***que cumpla con todos los datos.***

b) EA y RG de g : g (x) = $5x^2e^{-x}$ sin g ''

RESOLUCIÓN 6º I MAT "A" 2da PP 6/12/10 (1)

1) a) $h'(a) = \lim_{x \to a} \frac{L|x-5| - L|a-5|}{x-a} \underset{\text{log}}{\overset{\text{prop}}{=}} \lim_{x \to a} \frac{L\left(\left|\frac{x-5}{a-5}\right|\right)}{x-a} \underset{y''}{=}$ (Lu ~ u−1, u→1; $\frac{x-5}{a-5} \to 1$)

$= \lim_{x \to a} \frac{\frac{x-5}{a-5} - 1}{x-a} = \lim_{x \to a} \frac{\cancel{(x-a)}^{1}}{(a-5)\cancel{(x-a)}} = \frac{1}{a-5}$

b) i) $L|x-5|$ cont $\forall x \neq 5$ (cont func log)

$-\frac{1}{x-5}+1$ " $\forall x \neq 5$ (" " racional)

$\xrightarrow{\text{teo cont}}$ suma g cont $\forall x \neq 5$

$\longrightarrow$ g cont en $[11/2, 7]$
$g(11/2) = L\frac{1}{2} - 1 < 0$
$g(7) = L2 + \frac{1}{2} > 0$
$\longrightarrow$ puede aplicarse B
$(\exists c \in (\frac{11}{2}, 7) / g(c) = 0)$

$g(6) = 0 \rightarrow$ 6 es raíz de g

ii) $g(x) = L|x-5| - \frac{1}{x-5} + 1 \quad Dg = \mathbb{R} - \{5\}$

$\lim_{x \to 5^+} \underbrace{L|x-5|}_{-\infty} - \underbrace{\frac{1}{x-5}}_{\to -\infty}+1 = -\infty$

$\lim_{x \to 5^-} \underbrace{L|x-5|}_{-\infty} - \underbrace{\frac{1}{x-5}}_{+\infty}+1 \overset{z = -\frac{1}{x-5}}{=} \lim_{z \to +\infty} L\left|-\frac{1}{z}\right| + z + 1 = +\infty$ ($\sim z$ (x órd))

$\lim_{x \to \pm\infty} \underbrace{L|x-5|}_{+\infty} - \frac{1}{x-5}_{\to 0} + 1 = +\infty$

$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{L|x-5|}{x} = 0$

$\rightarrow$ D.AS // Ox

D1: $g'(x) = \frac{1}{x-5} + \frac{1}{(x-5)^2} = \frac{x-5+1}{(x-5)^2} = \frac{x-4}{(x-5)^2}$

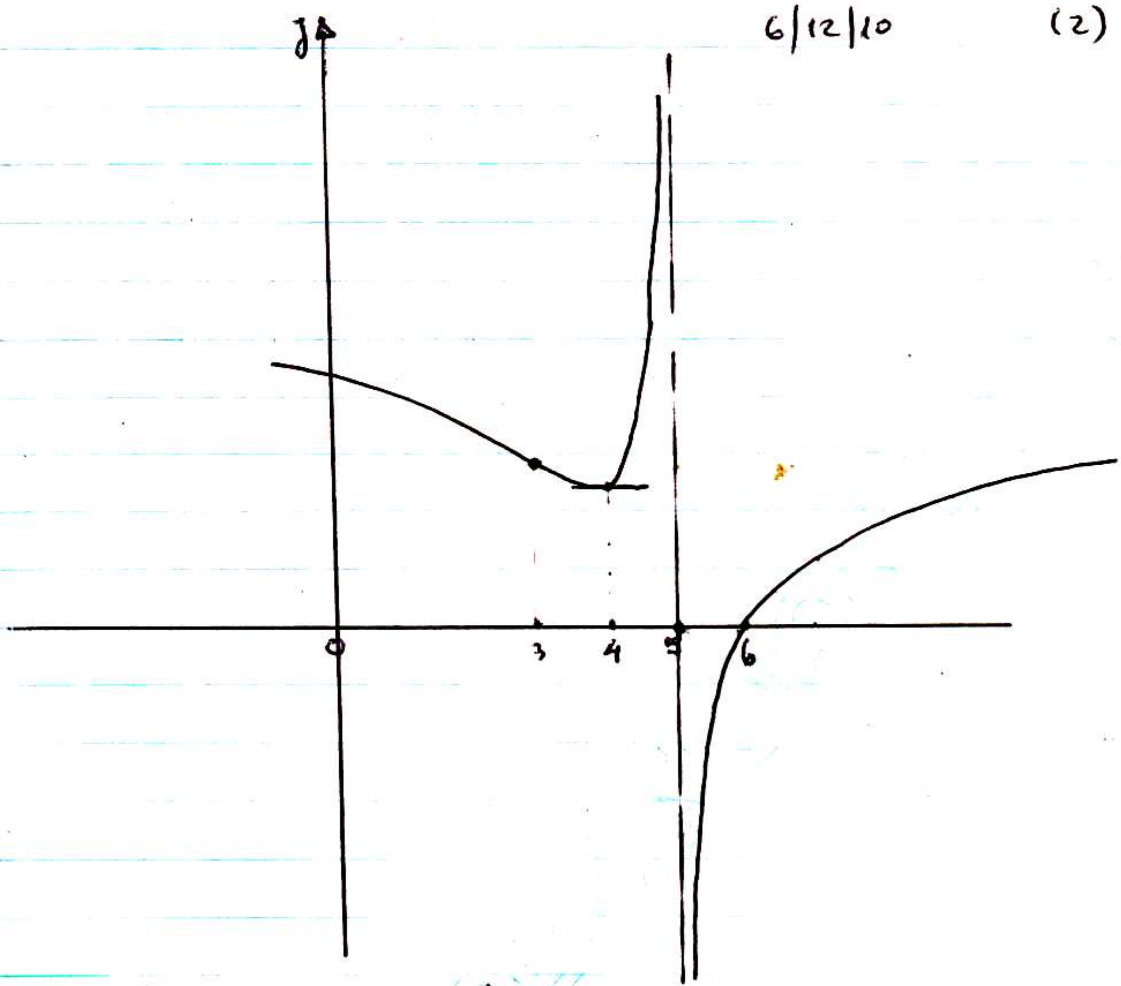
sig $g'(x)$: $-$ 0 $+$ ∄ $+$; (4, 5; x)

$g(4) = 2$

D2: $g''(x) = \frac{-1}{(x-5)^2} + \frac{-2\cancel{(x-5)}^{1}}{(x-5)^{\cancel{4}3}} = \frac{-x+5-2}{(x-5)^3} = \frac{-x+3}{(x-5)^3}$

$g(3) = L2 + 1{,}5 \simeq 2{,}2$

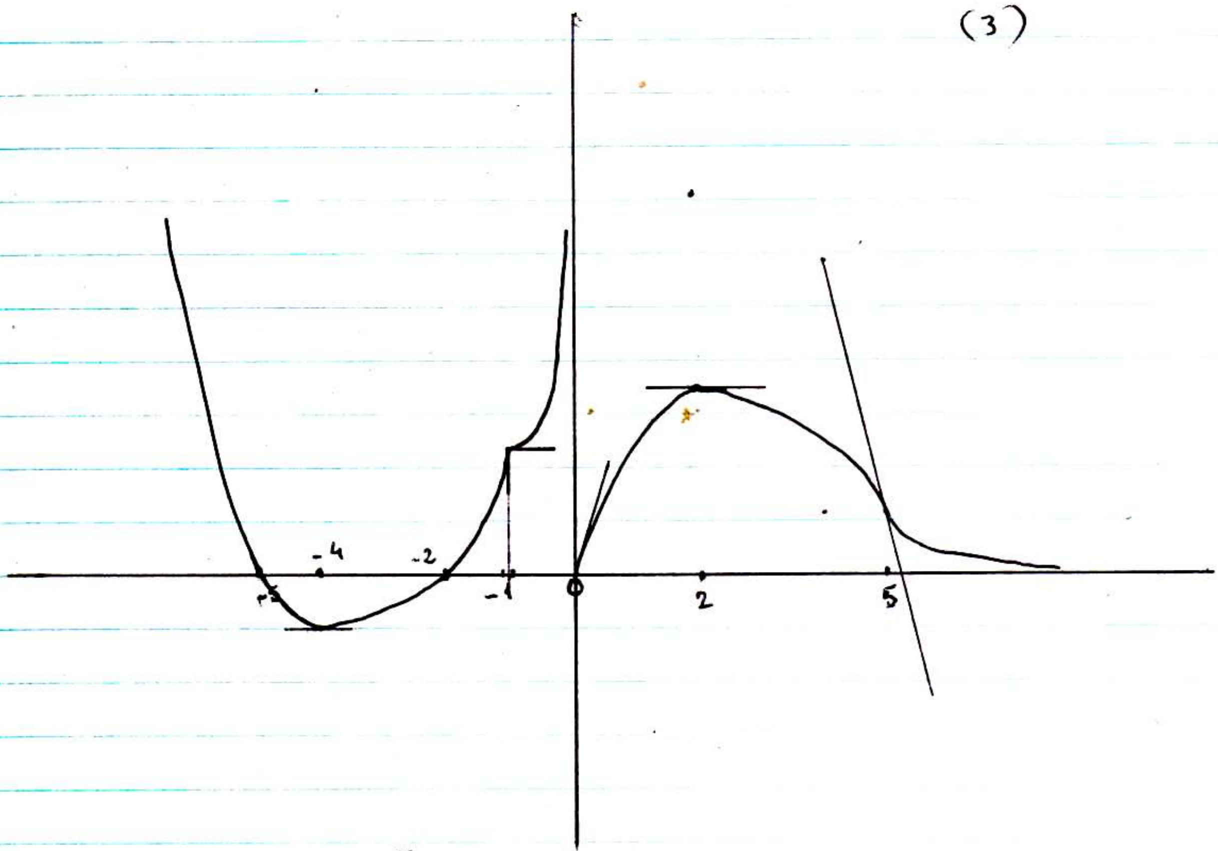
6/12/10 (2)



2) f cont en -1 pero:
$\lim_{x\to -1^-} f'(x) = \infty$
$\lim_{x\to -1^+} f'(x) = 0$
$\Big\} \xrightarrow[\text{deriv}]{\text{criterio}}$ f no deriv. en -1

f no cont en 0 $\xrightarrow{\text{teo}}$ f no deriv en 0

$\lim_{x\to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = 0 \in \mathbb{R} \xrightarrow[\text{deriv}]{\text{def}}$ f derivable en 2



b) $g(x) = 5x^2 e^{-x}$ $\quad D_g = \mathbb{R}$

sig $g(x)$ $\quad$ + 0 + (em 0)

$\lim_{x\to+\infty} \underbrace{5x^2}_{+\infty}\underbrace{e^{-x}}_{0} = \lim_{x\to+\infty} \frac{5x^2}{e^x} = 0$ (x 2 idem) $\to$ assíntota $y = 0$

$\lim_{x\to-\infty} \underbrace{5x^2}_{+\infty}\underbrace{e^{-x}}_{+\infty} = +\infty$, $\lim_{x\to-\infty} \underbrace{\frac{5x}{\ }}_{-\infty}\cdot\underbrace{e^{-x}}_{+\infty} = -\infty$

$\to$ D. As. // Oy

D.: $g'(x) = (-5x^2 + 10x)\, e^{-x}$ $\quad$ sig $g'(x)$ $\quad$ − 0 + 0 − (0, 2)

$g(0) = 0 \quad g(2) \simeq 2{,}7$