NIVELACIÓN MATEMÁTICA 6to MAT"A" 2010 GUÍA DE TRABAJO
LICEO Nº3 NOCTURNO

1) Resolver las siguientes ecuaciones. Verificar la solución hallada.

$$a)2(x-3)=5x-7 \quad b)\frac{x+6}{4}-\frac{x+2}{2}=\frac{4-x}{6} \quad c)-5x=0 \quad d)0.x=3$$

$$e)0.x=0 \quad f)\left(\frac{x}{2}+1\right).(1-3x)=0 \quad g)x^2-4=0 \quad h)-3x^2-7=0$$

$$i)(2x+3).(x-1)=-2 \quad j)2x^2+5x=0 \quad k)(2x+1)^2=9 \quad l)(3x+2)^2=-2$$

$$m)(3x-2)^2-4(x+1)=0 \quad n)(5x+2)(5x-2)=(x-3)^2$$

$$o)(2x-1)(x^2-4x+4)=0 \quad p)2x(x-1)+(x-1)(x^2+6)=0$$

ECUACIÓN : $ax^2+bx+c=0$,

fórmula general de resolución: $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

2) Despejar cada una de las variables representadas en las siguientes fórmulas :

a) $\dfrac{a.(1-b)}{c}=\dfrac{d}{p}$ b) $ab+c=2(3-a)+\dfrac{3}{d}$

3) a) Resolver las siguientes inecuaciones:

$$i)3x+7<2 \quad ii)-2(x-3)>4 \quad iii)-x^2+3x\geq 2 \quad iv)\frac{4x-7}{x^2-4}\leq 0$$

$$v)\frac{x^2+2x+1}{x}\leq 4$$

4) a) Estudiar raíces, signo y graficar las funciones:

$$i) f: f(x) = -2x + 6 \quad ii) f: f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)x \quad iii) f: f(x) = 3$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA : $f: f(x) = ax^2 + bx + c \quad , a \neq 0$

Vértice: $V(x_v y_v)$, con $x_V = \dfrac{-b}{2a}$

Siendo α y β raíces de f, se cumple: α+β = $\dfrac{-b}{a}$

α.β = $\dfrac{c}{a}$

y podemos factorizar: f(x)=a(x-α)(x-β)

$$iv) f: f(x) = -x^2 + 2x - 3 \quad v) f: f(x) = x^2 - 4x + 4 \quad vi) f: f(x) = (2x+1)(2x-3)$$

$$vii) f: f(x) = x^3 - 2x^2$$

b) Se consideran las funciones : $f: f(x) = x^2 - 2x \quad g: g(x) = 3x - 4$

i) Graficar ambas funciones <u>en un mismo sistema de ejes coordenados.</u>

ii) Resolver la inecuación: $x^2 - 2x > 3x - 4$
Verificar la solución en la gráfica hecha en i)

iii) Resolver la inecuación : $\underbrace{x^2 - 1}_{u(x)} \leq \underbrace{x + 1}_{v(x)}$
Verificar la solución graficando en un mismo sistema u(x) y v(x).

DEFINICIONES DE POTENCIA:

Exponente natural.

$$a^n = a.a.a....a \quad n \in N, n \geq 2 \quad , a^1 = a \quad , a^0 = 1$$

Exponente entero

$$a^n = \frac{1}{a^{-n}} = \left(\frac{1}{a}\right)^{-n}, n \in Z$$

$$a \in R^*$$

RADICACIÓN-DEFINICIONES :

Sea $a \in R, a \geq 0 \quad \sqrt{a} = b \Leftrightarrow \quad b \geq 0 \text{ y } b^2 = a$

Sea $a \in R, \quad \sqrt[3]{a} = b \Leftrightarrow \quad b^3 = a$

La primer definición se extiende a raices de indice par, la segunda a raíces de índice impar.

PROPIEDADES DE POTENCIA:
(En condiciones de existencia)

1) $a^p.a^q = a^{p+q}$

2) $\dfrac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$

3) $a^p.b^p = (a.b)^p$

4) $\dfrac{a^p}{b^p} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^p$

5) $(a^p)^q = a^{p.q}$

PROPIEDADES DE RADICACIÓN:
(En condiciones de existencia)

1) $\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a.b}$

2) $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

3) $\sqrt{a^2} = |a|$

4) $\sqrt[3]{a^3} = a$

5) Expresar como una sola potencia.

i) $9^{x+3}.3^{x-1} =$ ii) $\dfrac{2^{x-2}.5^{x-2}}{10^{3x-5}} =$

6) Verdadero o falso?,Fundamentar.

i) $\sqrt{\dfrac{9x^2}{100}} = 0{,}3.|x| \quad \forall x \in R$ ii) $\sqrt[3]{x^3 + 8} = x + 2 \quad \forall x \in R$

7) Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $16.2^{3x^2-7x} = 1$ b) $3^{x^2-2x}.9^{x-3} = \dfrac{1}{9}$

POTENCIA DE EXPONENTE RACIONAL-DEF :

Si $p,q \in N, q \geq 2, a \geq 0 \xrightarrow{def.} a^{\frac{p}{q}} = (\sqrt[q]{a})^p$

En particular: $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$

$a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$

8) Expresar como una sola potencia:

$$\frac{x^3.\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}$$

LOGARITMOS-DEFINICIÓN:

Si $\boxed{a > 0, b > 0, b \neq 1} \rightarrow \log_b a = c \underset{def}{\longleftrightarrow} b^c = a$

Condiciones de existencia

NOTACIONES:

$\log_{10} x = \log x$

$\log_e x = Lx = \ln x$

9) Calcular:

$i)\log_2 128 \quad ii)\log_3 \frac{1}{9} \quad iii)\log_5 \sqrt[3]{25} \quad iv)\log_7 1 \quad v)\log_2 2^x \quad vi)\log_4(-16)$

$vii)\log_1 10 \quad viii)\log_{-2} 4$

PROPIEDADES DE LOGARITMOS:

(en condiciones de existencia)

1) $\log_b 1 = 0, \log_b b = 1, \log_b b^k = k$

2) $\log_b (a.c) = \log_b a + \log_b c$

3) $\log_b \left(\frac{a}{c}\right) = \log_b a - \log_b c$

4) $\log_b \left(x^k\right) = k.\log_b x$

5) $\log_b \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n}\log_b x$

6) $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$ (cambio de base)

10) a) Calcular : $\log_3(3^{320}.\sqrt{7^{130}})$

b) i) Demostrar que $\log_{b^n} x = \frac{1}{n}\log_b x$

ii) Calcular $\log_{5^{30}} 340 =$

11). a) Demostrar que : $\log_b\left(\frac{b^2}{y}\right) = 2 - \log_b y$ (en condiciones de $\exists$)

b) Calcular : $\log_7\left(\frac{7^2}{9430}\right)$

12). Resolver las ecuaciones : a) $\left(\sqrt{3}\right)^{x-3} = 9$

b) $\log_2(-2x^2 - 10x) - \log_2(3x+4) = 3$