REPARTIDO 2 6ºCB 2010

1) a) Graficar la función $f : f(x) = \begin{cases} x-1 \Leftrightarrow x < 0 \\ x+1 \Leftrightarrow x \geq 0 \end{cases}$

b) Calcular los límites que existan:

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$; $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$; $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$; $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$

2) $a)$ $\quad$ *Graficar la función* $g : g(x) = \begin{cases} x^2 \Leftrightarrow x < 1 \\ x \Leftrightarrow 1 \leq x < 2 \\ 4-x \Leftrightarrow x \geq 2 \end{cases}$

b) Calcular los límites que existan:

$\lim\limits_{x\to 1^+} g(x)$; $\lim\limits_{x\to 1^-} g(x)$; $\lim\limits_{x\to 1} g(x)$; $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)$; $\lim\limits_{x\to -\infty} g(x)$; $\lim\limits_{x\to 2^+} g(x)$; $\lim\limits_{x\to 2^-} g(x)$; $\lim\limits_{x\to 4} g(x)$

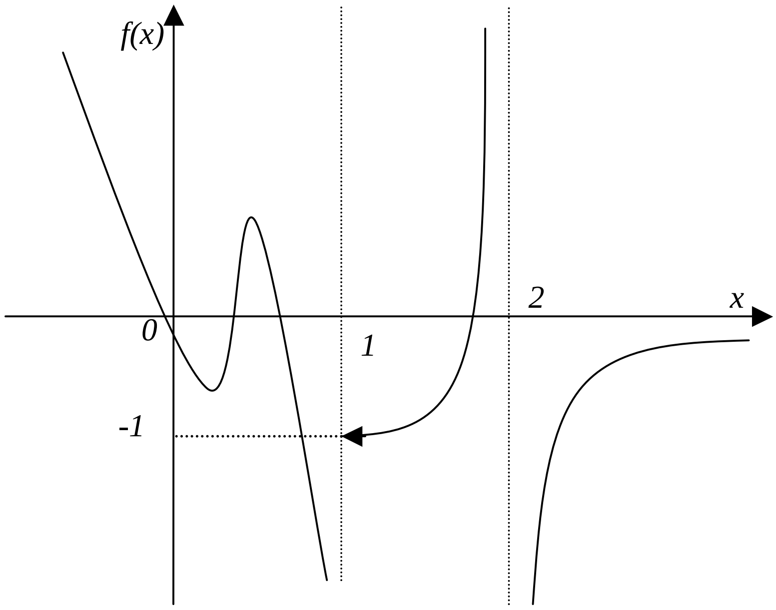
3) a) Graficar la función $h : h(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x+2} \Leftrightarrow x \leq 1 \\ L|x-3| \Leftrightarrow x > 1 \end{cases}$

b) Hallar dominio de *h*.

c) Calcular los límites que existan:

$\lim\limits_{x\to -\infty} h(x)$; $\lim\limits_{x\to -2} h(x)$; $\lim\limits_{x\to 1^-} h(x)$; $\lim\limits_{x\to 1^+} h(x)$; $\lim\limits_{x\to 3} h(x)$; $\lim\limits_{x\to +\infty} h(x)$

4) Indicar dominio de cada una de las funciones graficadas; y hallar los límites que se indican



$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$

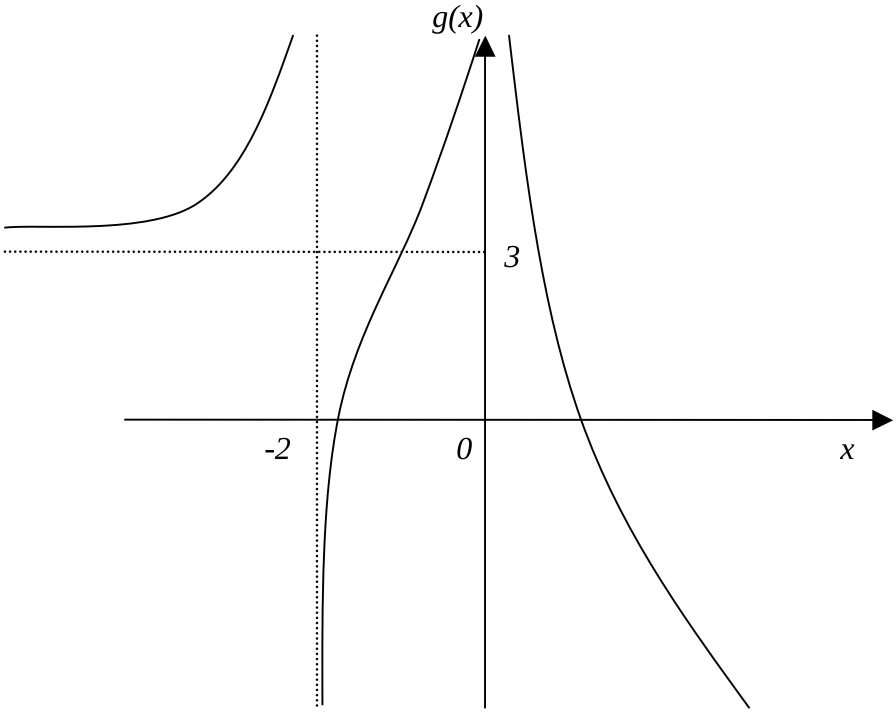
$\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$

$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$

$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$

.



$\lim\limits_{x \to -2^-} g(x)$

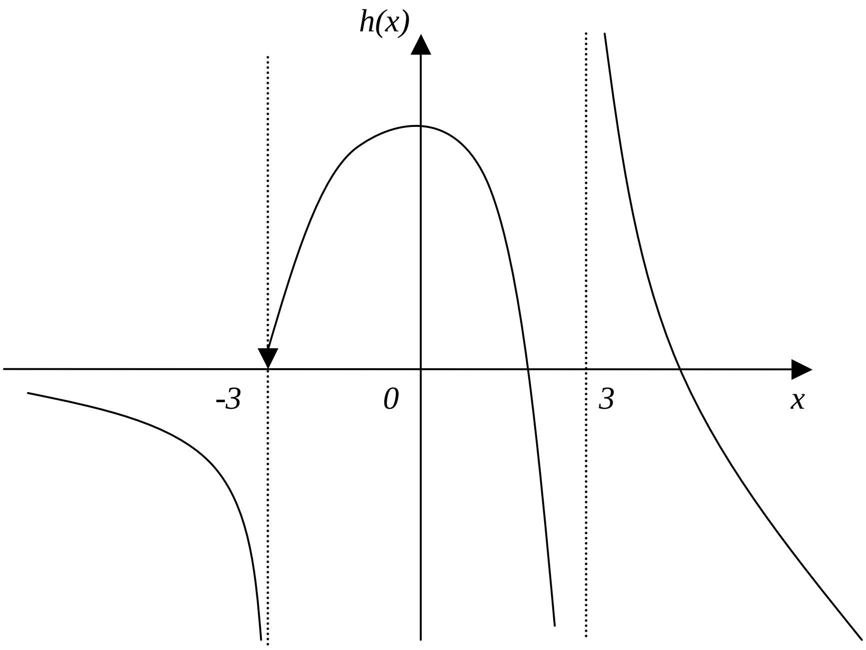
$\lim\limits_{x \to -2^+} g(x)$

$\lim\limits_{x \to 0^-} g(x)$

$\lim\limits_{x \to 0^+} g(x)$

$\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

$\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$



$\lim\limits_{x \to -3^-} h(x)$

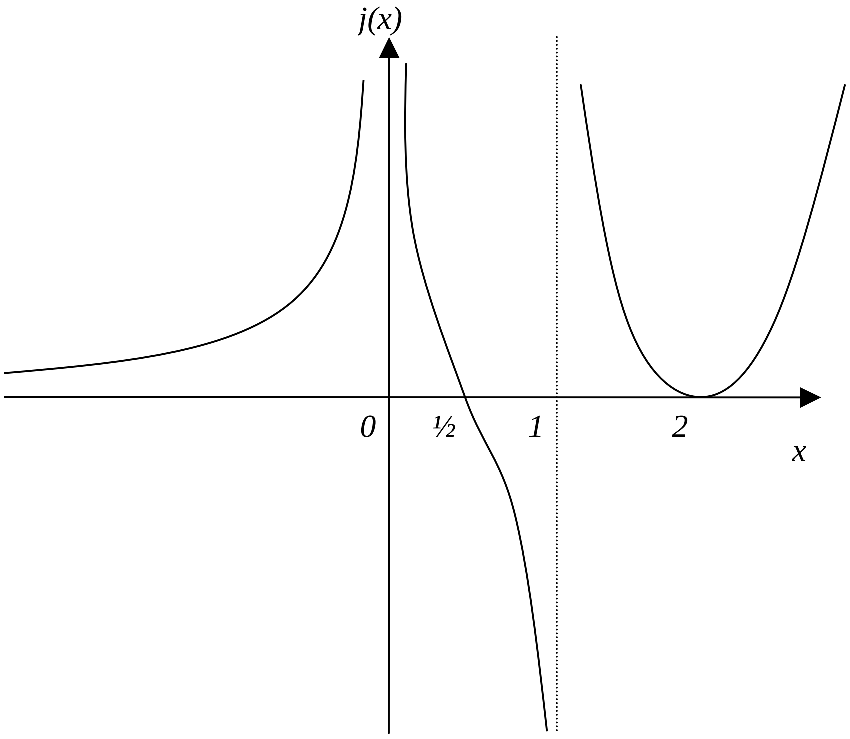
$\lim\limits_{x \to -3^+} h(x)$

$\lim\limits_{x \to 3^-} h(x)$

$\lim\limits_{x \to 3^+} h(x)$

$\lim\limits_{x \to +\infty} h(x)$

$\lim\limits_{x \to -\infty} h(x)$



$\lim_{x\to 0^+} j(x)$

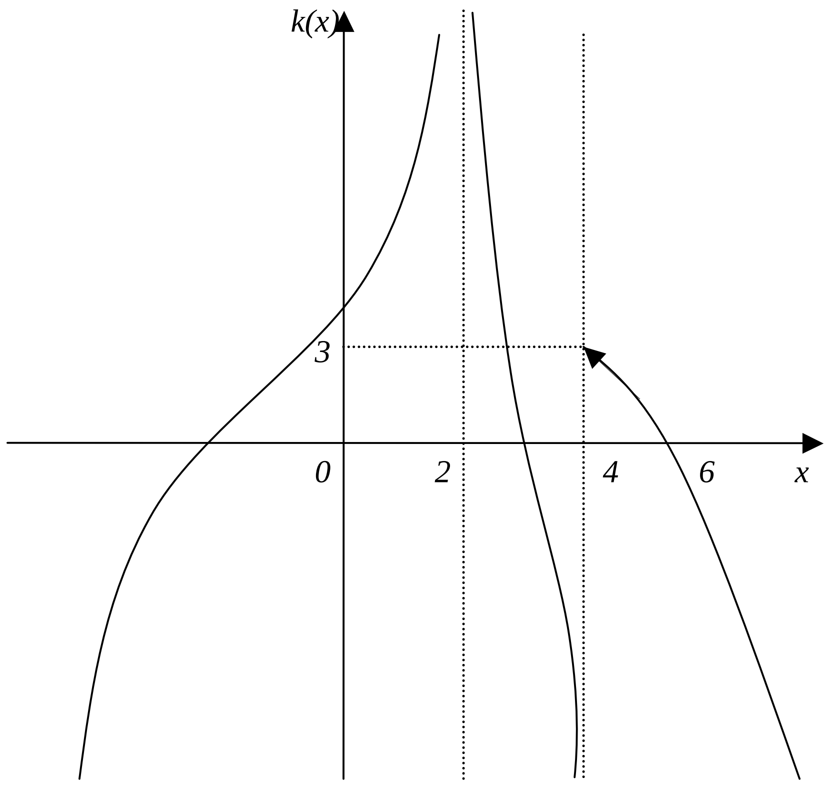
$\lim_{x\to 0^-} j(x)$

$\lim_{x\to 1^+} j(x)$

$\lim_{x\to 1^-} j(x)$

$\lim_{x\to +\infty} j(x)$

$\lim_{x\to -\infty} j(x)$



$\lim_{x\to 2^+} k(x)$

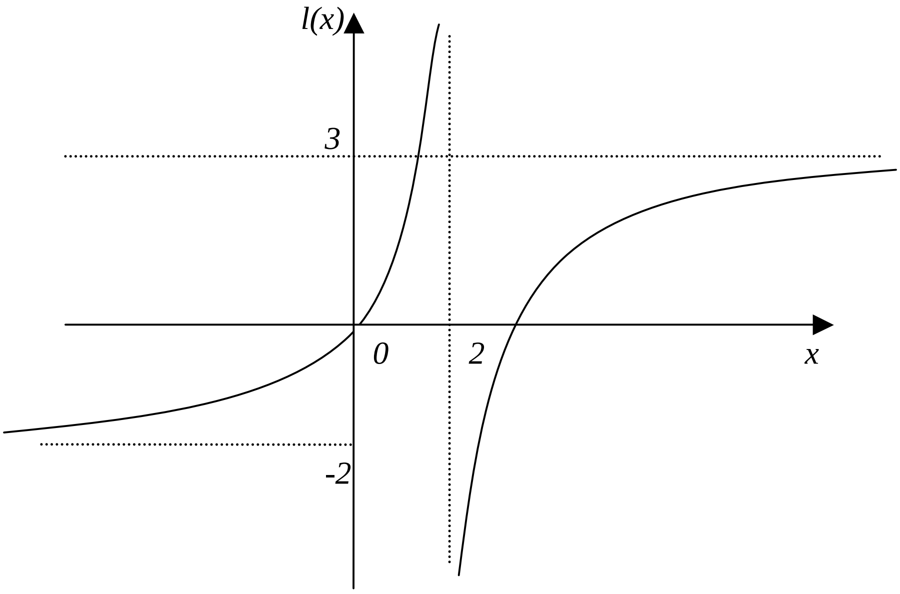
$\lim_{x\to 2^-} k(x)$

$\lim_{x\to 4^+} k(x)$

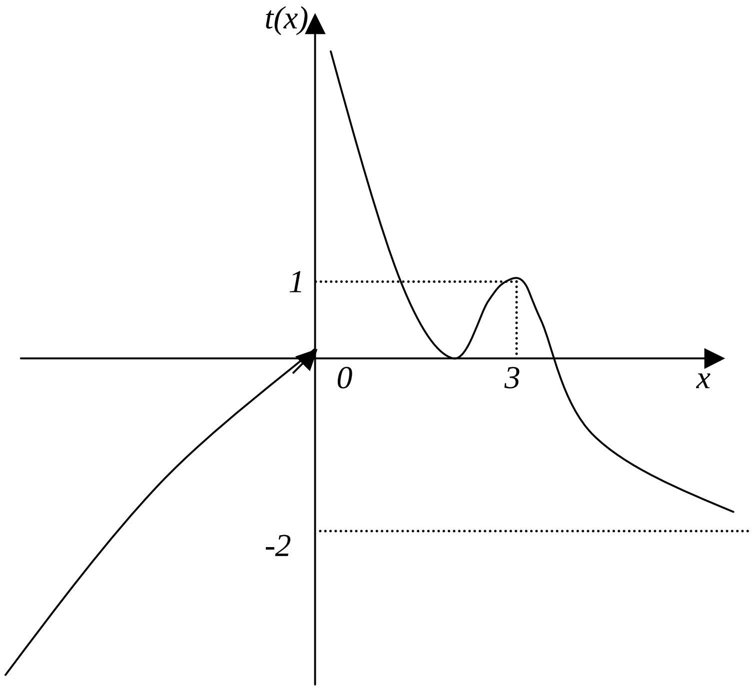
$\lim_{x\to 4^-} k(x)$

$\lim_{x\to +\infty} k(x)$

$\lim_{x\to -\infty} k(x)$



$$\lim_{x\to 2^+} l(x)$$
$$\lim_{x\to 2^-} l(x)$$
$$\lim_{x\to +\infty} l(x)$$
$$\lim_{x\to -\infty} l(x)$$



$$\lim_{x\to 0^+} t(x)$$
$$\lim_{x\to 0^-} t(x)$$
$$\lim_{x\to 3} t(x)$$
$$\lim_{x\to +\infty} t(x)$$
$$\lim_{x\to -\infty} t(x)$$

5) Representar en cada caso una función *f* que cumpla con los datos dados:

$i) D(f) = \Re - \{2\}; \quad \lim_{x \to 2^-} f(x) = -\infty : \quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = 0; \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \to 2^+} f(x) = +\infty$

sg f	+	0	—	0	+	0	—	∃	+
		-4		0		1		2	

$ii) D(f) = (-\infty, 1) \cup [2, +\infty); \quad \lim_{x \to 1^-} f(x) = +\infty : \quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = -2; \quad f(0) = -\frac{1}{2}$

sg f	—	0	+	∃		0	+	0	—
		$\frac{1}{2}$		1		2		4	

$iii) D(f) = (-2, +\infty); \quad \lim_{x \to -2^+} f(x) = -\infty : \quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty; \quad ; \quad f(0) = 1$

sg f		∃	—	0	+	0	+
		-2		-1		2	

$iv) D(f) = \Re - \{-1.1\} \quad \lim_{x \to 1^-} f(x) = +\infty : \quad \lim_{x \to -1^+} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \to -1^-} f(x) = 1;$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -2; \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \to 1^+} f(x) = -\infty$

sg f	+	∃	—	0	+	∃	—
		-1		0		1	

$v) D(f) = \Re - \{0,2\} \quad \lim_{x \to 2^+} f(x) = -\infty : \quad \lim_{x \to 2^-} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty;$

$\lim_{x \to 0^-} f(x) = 0; \quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = 0; \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty;$

sg f	+	0	—	∃	+	∃	—
		-2		0		2	

Crecimiento y decrecimiento:

- Si para cualquier par de números x_1 y x_2 tales que $x_1 < x_2$ se cumple que $f(x_1) < f(x_2)$, decimos que f es estrictamente creciente.
- Si para cualquier par de números x_1 y x_2 tales que $x_1 < x_2$ se cumple que $f(x_1) > f(x_2)$, decimos que f es estrictamente decreciente.

6)

$a)$ *Graficar una función f que verifique $f(0) = 2$, $\lim_{x\to 0} f(x) = 2$, y f es creciente en su dominio.*

$b)$ *Graficar una función g que verifique $\lim_{x\to 3} g(x) = 7$ y $g(3) = 1$*

7) Bosquejar, en cada caso, una función f que cumpla:

$a)\ f(2) = 3 \quad y \quad \lim_{x\to 2} f(x) \neq 3$

$b)\ \lim_{x\to 3} f(x) = 2 \quad y \quad f(3) \neq 2$

$c)$ *no existe* $f(1)$ *y existe* $\lim_{x\to 1} f(x)$

$d)\ f(2) > 0$, *y* $\lim_{x\to 2} f(x)$ *no es mayor que* 0

$e)\ \lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$, *y f no es una función creciente en su dominio*

$f)\ \lim_{x\to 3} f(x) = +\infty$, *y* $f(3)$ *no es positivo*

$g)\ f(x) > 0$ *para todo x de su dominio, y* $\lim_{x\to +\infty} f(x) \neq +\infty$

8) Justificar si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas:

$a)\ f(c) = 2 \Rightarrow \lim_{x\to c} f(x) = 2$

$b)$ *Si* $\lim_{x\to c} f(x) = 3$, *entonces* $f(c) = 3$

$c)\ f(c) > 0 \Rightarrow \lim_{x\to c} f(x) > 0$

$d)$ *Si no existe* $f(c)$, *entonces no existe* $\lim_{x\to c} f(x)$

$e)$ *Si* $\lim_{x\to c} f(x) = +\infty$, *entonces* $f(c) > 0$

$f)$ *Si* $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$, *entonces f es una función creciente en su dominio*

$g)$ *Si* $f(x) > 0$ *para todo x de su dominio, resulta que* $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$