

Práctico Nº 6 - Repaso

- 1) Hallar los puntos de corte de la recta  $x + y = 3$  y la cfa:  $x^2 + y^2 = 5$
- 2) Sea  $\vec{v} = (1, 2)$  y  $A(3, 0)$ . La recta  $r$  pasa por  $A$  y tiene vector director  $\vec{v}$ . El punto  $B$  pertenece a la recta  $r$  tal que  $\overrightarrow{OB} \perp \vec{v}$ . Halle el área del triángulo  $OBC$  tal que  $C = A - 2\vec{v}$ .
- 3) Deduzca la ecuación de la circunferencia que es tangente a la recta  $y = x$  en el punto  $A(-1, -1)$  y además su centro pertenece al eje  $oy$ .
- 4) Sea  $A(1, 2)$ ,  $B(3, -1)$  y  $\vec{u} = [-4, -1]$ .
  - i. Hallar los vértices del paralelogramo  $ABCD$ , si  $\vec{u} = \overrightarrow{BD}$ .
  - ii. ¿Es  $ABCD$  un rombo? Justifique con cálculos su afirmación.
- 5) Sea  $A(1, 2)$ ;  $B(-2, 6)$  y  $\vec{u}$  tal que  $\vec{u} \perp \overrightarrow{AB}$ 
  - i. Encuentre uno de los vectores que cumplen la condición anterior y además tienen módulo 5.
  - ii. Determine las coordenadas del paralelogramo  $ABCD$  tal que:  $\overrightarrow{AC} = \vec{u}$
- 6) Sea la circunferencia  $C) x^2 + y^2 + 4x - 8y - 5 = 0$ . Una recta  $r$  paralela al eje  $oy$  por el punto  $A(2, 3)$  corta a la circunferencia en dos puntos  $P$  y  $Q$ . En cada punto se traza la tangente a la circunferencia.
  - i. Hallar el punto de intersección de las tangentes. (sea  $I$  el punto)
  - ii. Hallar el área formada por el triángulo  $PQI$ .
- 7) A) Calcule la distancia de el punto  $A(2, 3)$  a la recta  $r: r) \begin{cases} x = 1 + 3k \\ y = 2 - k \end{cases}$ 
  - B) Represente la zona del plano que verifica:  $\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 \leq 1 \\ y \leq x \\ x \leq 1 \\ x \geq -2 \end{cases}$
- 8) a) Hallar la ecuación de la circunferencia. que pasa por  $(5, 2)$ ,  $(3, 4)$  y  $(1, -2)$ .
  - b) Hallar las coordenadas de los puntos de intersección de la circunferencia con  $\overline{Ox}$  y  $\overline{Oy}$ . Halle los elementos de la circunferencia hallada.
  - c) Dada la circunferencia de ecuación  $C) x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ ; encontrar las tangentes trazadas desde el punto  $P(0, 2)$ .
- 9) A) Dadas las tres rectas  $a$ ,  $b$  y  $c$ ; secante dos a dos. Encontrar el o los puntos del plano tal que equidisten de las rectas  $a$  y  $b$ ; y además se encuentran a 3 cm de la recta  $c$ . Justificar construcción.
  - B) Construir un triángulo  $ABC$  (antihorario) sabiendo que el lado  $c$  mide 6cm; la mediana trazada desde el vértice  $C$  mide 5 cm y la altura trazada desde el vértice  $C$  mide 3 cm. Justificar construcción.
- 10) Dadas las rectas  $r: 5x + 2y - 3 = 0$      $s: 2x - 5y - 7 = 0$      $t: 3x + 7y - 25 = 0$ 
  - A) Hallar el área del triángulo determinado por las tres rectas
  - B) Sea el punto  $E(2, 5)$  hallar la ecuación de la recta  $t'$  paralela a la recta  $t$  por el punto  $E$
  - C) Sea  $M$  el punto medio del segmento  $ED$  siendo  $D(4, 3)$ ; hallar la ecuación de la recta  $r'$  perpendicular a la recta  $r$  por el punto  $M$ .

- 11) A) Hallar centro y radio de la circunferencia que pasa por los puntos  $A(0, 6)$ ;  $B(3, 5)$  y  $C(5, 1)$   
 B) Sea la circunferencia de centro  $C(2, 2)$  y radio  $r = 5$ , averiguar si la recta  $y = 7x - 37$  es secante. En caso afirmativo hallar las coordenadas de los puntos de intersección.  
 C) Sea la circunferencia de ecuación:  $x^2 + y^2 - 8x + 2y - 9 = 0$  y el punto  $M(0, 5)$  hallar las ecuaciones de las tangentes a la circunferencia por el punto  $M$
- 12) Construir un triángulo  $ABC$  (antihorario), conociendo: el lado  $a$  mide 6 cms, el ángulo  $CAB$   $60^\circ$  . y la altura desde el vértice  $A$  mide 4 cms
- 13) A) Dadas la recta  $r) 3x - 4y - 12 = 0$  ;  $s) x + y - 5 = 0$  ;  $p) 2x - y - 4 = 0$   
 a. Hallar el área del triángulo determinado por la recta y los ejes coordenados  
 b. Hallar la ecuación de la recta perpendicular a  $r$  por el punto de intersección de ésta con el eje  $X$   
 c. Determinar posición relativa las rectas  $s$  y  $p$   
 B) Del paralelogramo  $(ABCD)$  se conocen tres vértices.  $A(-1, 4)$ ,  $B(1, -1)$ ,  $C(6, 1)$ . Determinar:  
 a. Las coordenadas del punto  $D$   
 b. La medida de las diagonales del cuadrilátero  
 c. El perímetro de la figura
- 14) A) Sea la circunferencia de ecuación:  $x^2 + y^2 + 8x + 2y - 35 = 0$ , hallar elementos y bosquejar  
 B) Determinar la ecuación de la recta tangente a la cfa. del ítem anterior por el punto  $(3, 2)$   
 C) Sea la circunferencia de ecuación:  $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0$  y el punto  $P(-3, 3)$  hallar las ecuaciones de las tangentes a la circunferencia por el punto  $P$
- 15) A) Utilizando solamente regla y compás:  
 a. construir el ángulo  $ABC$  de amplitud  $105^\circ$   
 b. construir el triángulo  $T(ABC)$ , sabiendo que el lado  $b$  mide 9 cm, al ángulo  $(ABC)$   $105^\circ$  y la altura correspondiente al vértice  $B$  es de 3 cm  
 c. describir las construcciones de los ítems anteriores
- B) Conociendo los puntos:  $D(-2, -3)$ ,  $E(1, 1)$  y  $F(5, 2)$ :  
 a. Hallar las coordenadas del punto  $G$ , sabiendo que el cuadrilátero  $(DEFG)$  es un rombo.  
 b. Hallar Las coordenadas de los puntos medios de los lados del rombo  
 c. Clasificar el cuadrilátero obtenido a partir de los puntos del ítem anterior
- C) Dados los puntos  $J(-2, 0)$   $K(0, 3)$   $L(-3, 4)$ , determinar:  
 a. Ecuación de la recta  $r$ , perpendicular a la recta  $(JK)$  por el punto  $L$   
 b. Ecuación de la recta  $p$ , perpendicular a la recta  $(KL)$  por el punto  $K$   
 c. Coordenadas del punto de intersección de  $r$  y  $p$
- 16) A) Determinar la ecuación de la circunferencia que contiene a los puntos  $P(-2, 7)$  y  $Q(5, 8)$  y cuyo centro pertenece a la recta  $y = 2x$ . Bosquejar.
- B) Dada la circunferencia  $C_1) x^2 + y^2 - 4x = 0$  y la recta  $r) y = x + 4$ , determinar:  
 a. Posición relativa entre la recta  $r$  y la cfa.  $C_1$   
 b. Ecuación de la recta  $t$ , paralela a  $r$  y tangente a  $C_1$
- C) Sea la circunferencia de ecuación  $C_2) x^2 + y^2 - 2x + 6y - 10 = 0$  hallar:  
 a. Centro y radio de  $C_2$   
 Ecuaciones de las rectas tangentes a  $C_2$  por el punto  $T(2, 5)$
- 17) A. Construye utilizando solamente regla y compás, el triángulo  $ABC$  (antihorario) conociendo:  $d(A, B) = 7$  cms.,  $h_C = 6$  cms y el ángulo en  $C$  es de  $75^\circ$   
 B. Construye una circunferencia que pase por dos puntos  $A$  y  $B$ , y cuyo centro diste 3 cm. del punto  $P$ .
- 18) A) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto  $(2, -3)$  y es paralela a la recta que une los puntos  $(4, 1)$  y  $(-2, 2)$ .  
 B) De un paralelogramo  $ABCD$  conocemos  $A(1, 3)$ ,  $B(5, 1)$ ,  $C(-2, 0)$ . Halla las coordenadas del vértice  $D$ .  
 C) Clasificar el triángulo determinado por los puntos:  $A(6, 0)$ ,  $B(3, 0)$  y  $C(6, 3)$ .

19) a) Dada la circunferencia de ecuación:  $x^2 + y^2 + 8x + 4y + 10 = 0$ . Determina las coordenadas del centro y del radio y bosqueja

b) Halla la ecuación de la circunferencia que tiene su centro en el punto de intersección de las rectas:

r)  $x + 3y + 3 = 0$ , p)  $x + y + 1 = 0$ , y su radio es igual a 5.

20) A) Hallar la ecuación de la circunferencia concéntrica a la circunferencia C:  $x^2 + y^2 - x + 6y - 17 = 0$  y que sea tangente a la recta  $3x - 4y + 7 = 0$ .

B) Estudiar la posición relativa de la circunferencia  $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$  con la recta:  $3x + y - 10 = 0$

21) a) Dadas dos rectas, r y s, secantes en el punto O, y un punto Q perteneciente a la recta r, determinar el lugar geométrico de los puntos P del plano que equidistan de ambas rectas, tales que el ángulo OPQ mida  $60^\circ$

b) Construir el trapecio isósceles KLMN, sabiendo que el ángulo  $\angle JKL = 105^\circ$ , y el segmento  $JL = 8\text{cm}$ . Justificar construcción

22) Dadas las rectas: r1)  $x + y + 1 = 0$ ; r2)  $y = x + 2$ ; r3)  $y = x + 7$  y el punto A(-1,6), se pide:

a) Determinar los vértices del paralelogramo (ABCD), sabiendo que 3 de los lados de la figura están contenidos en las rectas r1, r2 y r3.

b) Hallar punto de intersección de las diagonales y clasificar el cuadrilátero. Justificar.

c) Hallar área y perímetro de la figura

23) Dada la circunferencia C)  $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 18 = 0$ :

a) Hallar centro y radio de la circunferencia. Bosquejar.

b) Hallar las rectas tangentes a la circunferencia por el punto P(-3,2)

c) Determinar la posición relativa entre la recta r)  $2x + y - 3 = 0$  y la cfa. C (si existe/n punto/s de intersección, determinar su/s coordenadas)

24) (en todos los casos se debe justificar construcción)

A) Construir el triángulo T(ABC), sabiendo que: la medida del segmento AB es 5, la mediana desde B mide 4 y la altura trazada desde C mide 3,5

B) Sean la recta r, P un punto que pertenece a ella y Q un punto no perteneciente a la recta. Determinar la circunferencia tangente a r por el punto P que contiene al punto Q.

C) Dadas las rectas r y s, secantes en el punto O (no perpendiculares), determinar el paralelogramo OPQR, sabiendo que el punto Q pertenece a la recta q y que la amplitud del ángulo (OQP) es de  $60^\circ$

25)

A) Dadas las rectas r)  $y = 2x - 3$ , s)  $y = -2x + 1$ , Calcular el área del triángulo determinado por ambas rectas y el eje Oy

B) Sean: R y S los puntos de intersección con el eje Oy y las rectas r y s respectivamente y T el punto de intersección entre ambas rectas. Hallar las coordenadas del punto O, para que (ROST) sea un paralelogramo

C) Sean A(3,-2) y B(-3,-5), hallar las coordenadas del punto C (C perteneciente al eje Ox), de modo que el triángulo (ABC) sea rectángulo en C

26)

A) Determinar la ecuación de la cfa. tangente a la recta t)  $2x - 3y - 1 = 0$  que tiene centro en O(-3,2).

B) Determinar la posición relativa de la cfa. C)  $x^2 + y^2 - 14x - 18y - 39 = 0$ , con la recta

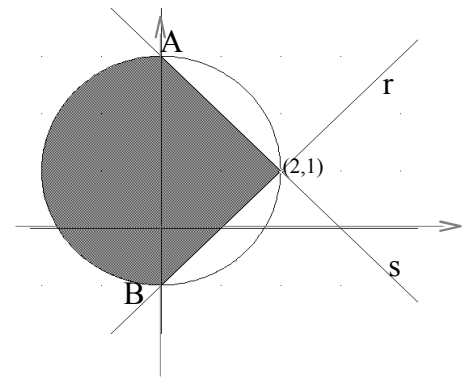
r)  $x + y - 23 = 0$ . Si existen puntos de intersección, hallar sus coordenadas.

C) Determinar las ecuaciones de las rectas tangentes a la cfa. C)  $x^2 + y^2 - 10x - 4y + 4 = 0$ , por el punto

$P\left(16, \frac{281}{25}\right)$

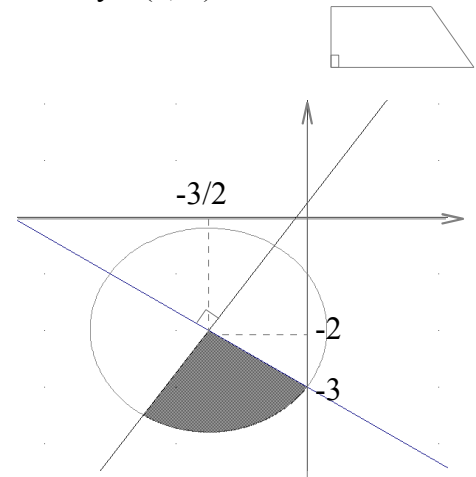
- 27) A) Dada la recta  $r$  que pasa por  $A(-8,3)$  y tiene vector director  $\vec{v}=[3,-4]$
- Escribir las ecuaciones paramétricas de la recta  $r$  y deducir a partir de ellas la ecuación general de la recta.
  - Escriba la ecuación de la recta  $s$ , perpendicular a  $r$  que pasa por  $A$ .
  - Escriba la ecuación de la recta  $t$ , paralela a  $oy$  que pasa por  $B(1,2)$ .
  - Hallar el área del triángulo determinado por  $r$ ,  $s$  y  $t$ .
- B) Indicar (resolviendo analíticamente) si la recta  $r$  de ecuación  $r) 2x + y - 3 = 0$  es secante, tangente o exterior a la circunferencia  $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0$
- C) Representar la región del plano que verifica: 
$$\begin{cases} y \geq x \\ x^2 + y^2 - 6x \geq 0 \end{cases}$$
- 28) A) Sea  $ABCD$  un paralelogramo.  $A(1,5)$   $BC) -2x+6y+12=0$  y  $CD) y = -x - 2$
- Hallar las coordenadas de  $B$  y  $C$ .
  - Hallar el área de  $ABCD$

- B) Escribir un sistema de inecuaciones cuya solución sea la región indicada:  
 $AB$  es diámetro de la circunferencia.  
 $r$  es perpendicular a  $s$ .  $B(0,-1)$



- 29) A) Dada la recta  $r$  de ecuación:  $x + 5y = -3$
- Indicar un vector director de  $r$  ( $\vec{u}$ ) y un vector ortogonal a  $r$  ( $\vec{v}$ )
  - Escribir las ecuaciones paramétricas de la recta  $s$  que pasa por  $A(3,4)$  y tiene vector director  $\vec{v}$
  - Hallar las coordenadas de los vértices del triángulo determinado por  $r$ ,  $s$  y el eje  $ox$ .
- B) Encontrar un punto  $C$  que pertenece a la recta  $y = -x$  y además es centro de la circunferencia que pasa por los puntos  $A(0,3)$  y  $B(2,7)$ .
- C) i) Resolver: 
$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ x^2 + y^2 + x + 2y = 0 \end{cases}$$
 ii) Representar la región del plano que verifica: 
$$\begin{cases} x + 2y \leq 0 \\ x^2 + y^2 + x + 2y \geq 0 \end{cases}$$
- 30) A) Sea  $ABCD$  un trapecio, con  $AB) 3x+4y-8=0$   $AD) 7x+y+23=0$  y  $C(1,-5)$ . Hallar las coordenadas de  $B$  y  $D$  sabiendo que el ángulo en  $C$  es recto.

- B) Escribir un sistema de inecuaciones cuya solución sea la región indicada:



31) A) Dada la recta r de ecuación  $2x + y + 8 = 0$  y los puntos P(2,-4) y O(0,0)

Verificar que PO es paralela a r, y hallar la distancia entre r y PO.

B) i) Dada la recta r de ecuación:  $y = x + 4$ , verificar que es tangente a la circunferencia de ecuación  $x^2 + y^2 - 8x - 16 = 0$

ii) Representar la región del plano que verifica:

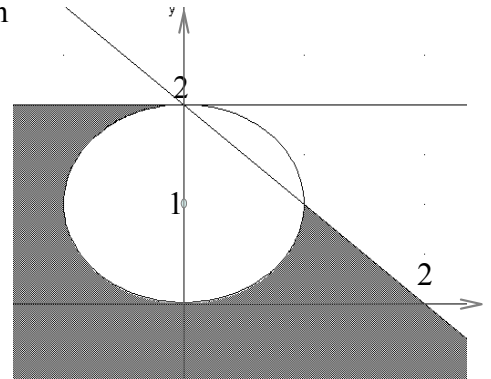
$$\begin{cases} y \leq x + 4 \\ x^2 + y^2 - 8x - 16 \geq 0 \end{cases}$$

32) a) Dados los puntos A(-3,5), B(2,0), y la recta CD)  $x + y = 8$

i) Verifique que AB es paralela a CD.

ii) Hallar C y D para que ABCD sea un rectángulo y hallar su área.

b) Indicar un sistema de inecuaciones cuya solución sea la región pintada de gris:



33)

A) Dada la recta r que pasa por A(5,2) y tiene vector director  $\vec{v} = [-3, 5]$

Escriba las ecuaciones paramétricas de r y deduzca a partir de ellas la ecuación general de la recta r.

B) Sea ABCD un rectángulo ABCD, AB de ecuación:  $3x - 2y + 5 = 0$  y A de abscisa -3. Conociendo C(4,2), halle los vértices del rectángulo y el área del mismo.

C) Encontrar un sistema de inecuaciones cuya solución sea:

