Práctico Nº 6 - Repaso

1) Hallar los puntos de corte de la recta $x + y = 3$ y la cfa: $x^2 + y^2 = 5$

2) Sea $\vec{v} = (1, 2)$ y A(3,0). La recta r pasa por A y tiene vector director $\vec{v}$. El punto B pertenece a la recta r tal que $\overrightarrow{OB} \perp \vec{v}$. Halle el área del triángulo OBC tal que $C = A - 2\vec{v}$.

3) Deduzca la ecuación de la circunferencia que es tangente a la recta y = x en el punto A(-1,-1) y además su centro pertenece al eje oy.

4) Sea A(1,2), B(3,-1) y $\vec{u} = [-4, -1]$.

i. Hallar los vértices del paralelogramo ABCD, si $\vec{u} = \overrightarrow{BD}$. ii. ¿Es ABCD un rombo? Justifique con cálculos su afirmación.

5) Sea A(1,2); B(-2,6) y $\vec{u}$ tal que $\vec{u} \perp \overrightarrow{AB}$

i. Encuentre uno de los vectores que cumplen la condición anterior y además tienen módulo 5.

ii. Determine las coordenadas del paralelogramo ABCD tal que: $\overrightarrow{AC} = \vec{u}$

6) Sea la circunferencia C) $x^2 + y^2 + 4x - 8y - 5 = 0$. Una recta r paralela al eje oy por el punto A(2,3) corta a la circunferencia en dos puntos P y Q. En cada punto se traza la tangente a la circunferencia.

i. Hallar el punto de intersección de las tangentes. (sea I el punto)

ii. Hallar el área formada por el triángulo PQI.

7) A) Calcule la distancia de el punto A(2,3) a la recta r:r) $\begin{cases} x = 1 + 3k \\ y = 2 - k \end{cases}$

B) Represente la zona del plano que verifica: $\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 \le 1 \\ y \le x \\ x \le 1 \\ x \ge -2 \end{cases}$

8) a)Hallar la ecuación de la circunferencia. que pasa por $(5,2), (3,4)$ y $(1,-2)$.

b) Hallar las coordenadas de los puntos de intersección de la circunferencia con $\overrightarrow{Ox}$ y $\overrightarrow{Oy}$.

Halle los elementos de la circunferencia hallada.

c) Dada la circunferencia de ecuación C) $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$; encontrar las tangentes trazadas desde el punto P(0,2).

9) A) Dadas las tres rectas a, b y c; secante dos a dos. Encontrar el o los puntos del plano tal que equidisten de las rectas a y b; y además se encuentran a 3 cm de la recta c

Justificar construcción

B) Construir un triángulo ABC (antihorario) sabiendo que el lado c mide 6cm; la mediana trazada desde el vértice C mide 5 cm y la altura trazada desde el vértice C mide 3 cm.

Justificar construcción.

10) Dadas las rectas r: $5x + 2y - 3 = 0$ s: $2x - 5y - 7 = 0$ t: $3x + 7y - 25 = 0$

A) Hallar el área del triángulo determinado por las tres rectas

B) Sea el punto E(2, 5) hallar la ecuación de la recta t´ paralela a la recta t por el punto E

C) Sea M el punto medio del segmento ED siendo D(4, 3); hallar la ecuación de la recta r' perpendicular a la recta r por el punto M.

11) A) Hallar centro y radio de la circunferencia que pasa por los puntos A(0, 6); B(3, 5) y C(5,1)

B) Sea la circunferencia de centro C(2, 2) y radio r = 5, averiguar si la recta $y = 7x - 37$ es secante. En caso afirmativo hallar las coordenadas de los puntos de intersección.

C) Sea la circunferencia de ecuación: $x^2 + y^2 - 8x + 2y - 9 = 0$ y el punto M(0, 5) hallar las ecuaciones de las tangentes a la circunferencia por el punto M

12) Construir un triangulo ABC (antihorario), conociendo: el lado ***a*** mide 6 cms, el ángulo **CAB** 60º . y la altura desde el vértice A mide 4 cms

13) A) Dadas la recta r) $3x - 4y - 12=0$; s) $x + y - 5=0$; p) $2x -y -4=0$

a. Hallar el área del triángulo determinado por la recta y los ejes coordenados

b. Hallar la ecuación de la recta perpendicular a r por el punto de intersección de ésta con el eje X

c. Determinar posición relativa las rectas s y p

B) Del paralelogramo (ABCD) se conocen tres vértices. A(-1,4), B(1,-1), C(6,1). Determinar:

a. Las coordenadas del punto D

b. La medida de las diagonales del cuadrilatero

c. El perímetro de la figura

14) A) Sea la circunferencia de ecuación: $x^2 + y^2 + 8x + 2y - 35 = 0$, hallar elementos y bosquejar

B) Determinar la ecuación de la recta tangente al la Cfa. del item anterior por el punto (3,2)

C) Sea la circunferencia de ecuación: $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0$ y el punto P(-3, 3) hallar las ecuaciones de las tangentes a la circunferencia por el punto P

15) A) Utilizando solamente regla y compás:

a. construir el ángulo ABC de amplitud 105º

b. construir el triángulo T(ABC), sabiendo que el lado b mide 9 cm, al ángulo *(ABC)* 105º y la altura correspondiente al vértice B es de 3 cm

c. describir las construcciones de los items anteriores

B) Conociendo los puntos: *D(-2,-3), E(1,1)* y *F(5,2):*

a. Hallar las coordenadas del punto G, sabiendo que el cuadrilátero *(DEFG)* es un rombo.

b. Hallar Las coordenadas de los puntos medios de los lados del rombo

c. Clasificar el cuadrilátero obtenido a partir de los puntos del item anterior

C) Dados los puntos J(-2,0) K(0,3) L(-3,4), determinar:

a. Ecuación de la recta *r*, perpendicular a la recta (JK) por el punto L

b. Ecuación de la recta *p*, perpendicular a la recta (KL) por el punto K

c. Coordenadas del punto de intersección de *r y p*

16) A) Determinar la ecuación de la circunferencia que contiene a los puntos *P(-2,7)* y *Q(5,8)* y cuyo centro pertenece a la recta $y= 2x$. *B*osquejar.

B) Dada la circunferencia $C_1) x^2+y^2-4x=0$ y la recta r) y=x+4, determinar:

a. Posición relativa entre la recta r y la cfa. C_1

b. Ecuación de la recta t, paralela a r y tangente a C_1

C) Sea la circunferencia de ecuación $C_2)\ x^2+y^2-2x+6y-10=0$ hallar:

a. Centro y radio de C_2

Ecuaciones de las rectas tangentes a C_2 por el punto T(2,5)

17) A. Construye utilizando solamente regla y compás, el triangulo ABC (antihorario) conociendo: d(A,B)= 7cms., hC=6 cms y el angulo en C es de 75º

B. Construye una circunferencia que pase por dos puntos A y B, y cuyo centro diste 3 cm. del punto P.

18) A) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (2, -3) y es paralela a la recta que une los puntos (4, 1)) y (-2, 2).

B) De un paralelogramo ABCD conocemos A(1, 3), B(5, 1), C(-2, 0). Halla las coordenadas del vértice D.

C) Clasificar el triángulo determinado por los puntos: A(6, 0), B(3,0) y C(6, 3).

19) a) Dada la circunferencia de ecuación: $x^2 + y^2 + 8x + 4y + 10 = 0$. Determina las coordenadas del centro y del radio y bosqueja

b)Halla la ecuación de la circunferencia que tiene su centro en el punto de intersección de la rectas: r) $x + 3y + 3 = 0$, p) $x + y + 1 = 0$, y su radio es igual a 5.

20) A) Hallar la ecuación de la circunferencia concéntrica a la circunferencia C: $x^2 + y^2 - x + 6y - 17=0$ y que sea tangente a la recta $3x - 4y + 7 = 0$.

B)Estudiar la posición relativa de la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$ con la recta: $3x + y - 10 = 0$

21) a) Dadas dos rectas, r y s, secantes en el punto O, y un punto Q perteneciente a la recta r, determinar el lugar geométrico de los puntos P del plano que equidistan de ambas rectas, tales que el ángulo OPQ mida 60º

b) Construir el trapecio isósceles KLMN, sabiendo que el ángulo JKL=105º, y el segmento JL= 8cm. Justificar construcción

22) Dadas las rectas: r1) $x+y+1=0$; r2) $y=x+2$; r3) $y=x+7$ y el punto A(-1,6), se pide:

a) Determinar los vértices del paralelogramo (ABCD), sabiendo que 3 de los lados de la figura están contenidos en las rectas r1, r2 y r3.

b) Hallar punto de intersección de las diagonales y clasificar el cuadrilátero. Justificar.

c) Hallar área y perímetro de la figura

23) Dada la circunferencia C) $x^2+y^2-10x-6y+18=0$:

a) Hallar centro y radio de la circunferencia. Bosquejar.

b) Hallar las rectas tangentes a la circunferencia por el punto P(-3,2)

c) Determinar la posición relativa entre la recta r) $2x+y-3=0$ y la cfa. C (si existe/n punto/s de intersección, determinar su/s coordenadas)

24) (en todos los casos se debe justificar construcción)

A) Construir el triángulo T(ABC), sabiendo que: la medida del segmento AB es 5, la mediana desde B mide 4 y la altura trazada desde C mide 3,5

B) Sean la recta r, P un punto que pertenece a ella y Q un punto no perteneciente a la recta. Determinar la circunferencia tangente a r por el punto P que contiene al punto Q.

C) Dadas las rectas r y s, secantes en el punto O (no perpendiculares), determinar el paralelogramo OPQR, sabiendo que el punto Q pertenece a la recta q y que la amplitud del ángulo (OQP) es de 60°

25)

A) Dadas las rectas r) $y=2x-3$, s) $y=-2x+1$, Calcular el área del triángulo determinado por ambas rectas y el eje Oy

B) Sean: R y S los puntos de intersección con el eje Oy y las rectas r y s respectivamente y T el punto de intersección entre ambas rectas. Hallar las coordenadas del punto O, para que (ROST) sea un paralelogramo

C) Sean A(3,-2) y B(-3,-5), hallar las coordenadas del punto C (C perteneciente al eje Ox), de modo que el triángulo (ABC) sea rectángulo en C

26)

A) Determinar la ecuación de la cfa. tangente a la recta t) $2x-3y-1=0$ que tiene centro en O(-3,2).

B) Determinar la posición relativa de la cfa. C) $x^2+y^2-14x-18y-39=0$, con la recta r) $x+y-23=0$. Si existen puntos de intersección, hallar sus coordenadas.

C) Determinar las ecuaciones de las rectas tangentes a la cfa. C) $x^2+y^2-10x-4y+4=0$, por el punto $P\left(16,\frac{281}{25}\right)$

27) A) Dada la recta r que pasa por A(-8,3) y tiene vector director $\vec{v}=[3,-4]$

a) Escribir las ecuaciones paramétricas de la recta r y deducir a partir de ellas la ecuación general de la recta.

b) Escriba la ecuación de la recta s, perpendicular a r que pasa por A.

c) Escriba la ecuación de la recta t, paralela a oy que pasa por B(1,2).

d) Hallar el área del triángulo determinado por r, s y t.

B) Indicar (resolviendo analíticamente) si la recta r de ecuación r) 2x + y – 3 = 0 es secante, tangente o exterior a la circunferencia $x^2+y^2-4x+2y=0$

C) Representar la región del plano que verifica: $\begin{cases} y \geq x \\ x^2+y^2-6x \geq 0 \end{cases}$

28) A) Sea ABCD un paralelogramo. A(1,5) BC) -2x+6y+12 = 0 y CD) y = -x - 2

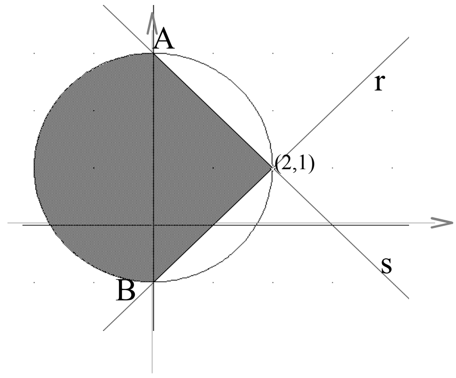
i) Hallar las coordenadas de B y C.

ii) Hallar el área de ABCD

B) Escribir un sistema de inecuaciones cuya solución sea la región indicada:

AB es diámetro de la circunferencia.

r es perpendicular a s. B(0,-1)



29) A) Dada la recta r de ecuación: x + 5y= - 3

a) Indicar un vector director de r $(\vec{u})$ y un vector ortogonal a r $(\vec{v})$

b) Escribir las ecuaciones paramétricas de la recta s que pasa por A(3,4) y tiene vector director $\vec{v}$

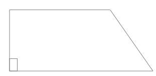
c) Hallar las coordenadas de los vértices del triángulo determinado por r, s y el eje ox.

B) Encontrar un punto C que pertenece a la recta y = - x y además es centro de la circunferencia que pasa por los puntos A(0,3) y B(2,7).

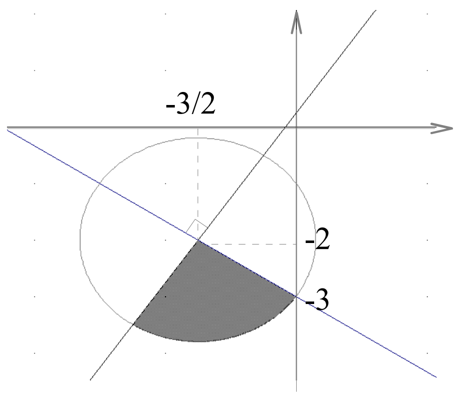
C) i) Resolver: $\begin{cases} x+2y=0 \\ x^2+y^2+x+2y=0 \end{cases}$

ii) Representar la región del plano que verifica: $\begin{cases} x+2y \leq 0 \\ x^2+y^2+x+2y \geq 0 \end{cases}$

30) A) Sea ABCD un trapecio, con AB) 3x+4y-8=0 AD) 7x+y+23=0 y C(1,-5). Hallar las coordenadas de B y D sabiendo que el ángulo en C es recto.

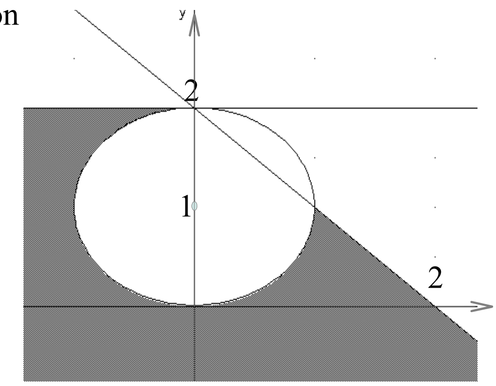


B) Escribir un sistema de inecuaciones cuya solución sea la región indicada:



31) A) Dada la recta r de ecuación 2x + y +8 = 0 y los puntos P(2,-4) y O(0,0)
Verificar que PO es paralela a r, y hallar la distancia entre r y PO.
B) i) Dada la recta r de ecuación: y = x + 4 , verificar que es tangente a la circunferencia de ecuación $x^2+y^2-8x-16=0$
ii) Representar la región del plano que verifica:
$$\begin{cases} y \leq x+4 \\ x^2+y^2-8x-16 \geq 0 \end{cases}$$

32) a) Dados los puntos A(-3,5), B(2,0), y la recta CD) x + y = 8
i) Verifique que AB es paralela a CD.
ii)Hallar C y D para que ABCD sea un rectángulo y hallar su área.
b) Indicar un sistema de inecuaciones cuya solución sea la región pintada de gris:



33)
A) Dada la recta r que pasa por A(5,2) y tiene vector director $\vec{v}=[-3,5]$
Escriba las ecuaciones paramétricas de r y <u>deduzca</u> a partir de ellas la ecuación general de la recta r.
B) Sea ABCD un rectángulo ABCD, AB de ecuación: 3x-2y+5=0 y A de abscisa -3. Conociendo C(4,2), halle los vértices del rectángulo y el área del mismo.
C) Encontrar un sistema de inecuaciones cuya solución sea: