REPARTIDO TEÓRICO 6º CB

DEFINICIONES DE LÍMITE

Investiguemos el comportamiento de la función $f : f(x) = \dfrac{1}{(x-2)^2}$ para valores cercanos a 2.

x	*f(x)*
1,8	
1,9	
1,95	
1,99	
1,995	
1,999	

x	*f(x)*
2,3	
2,2	
2,04	
2,02	
2,003	
2,001	

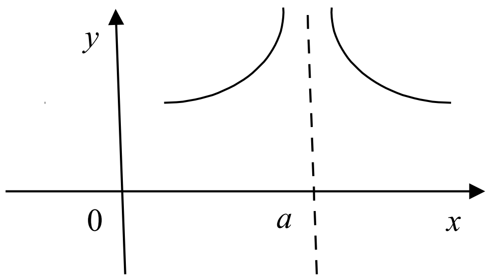
A partir de las tablas, cuanto más "próximo" está *x* de 2, ¿qué pasa con las imágenes *f(x)*?

<u>Ejercicio</u>

a) Resolver *f(x)>10000* y expresar la solución en forma de entorno.
b) Resolver *f(x)>1000000* y expresar la solución en forma de entorno.
c) Interpretar gráficamente los resultados obtenidos.

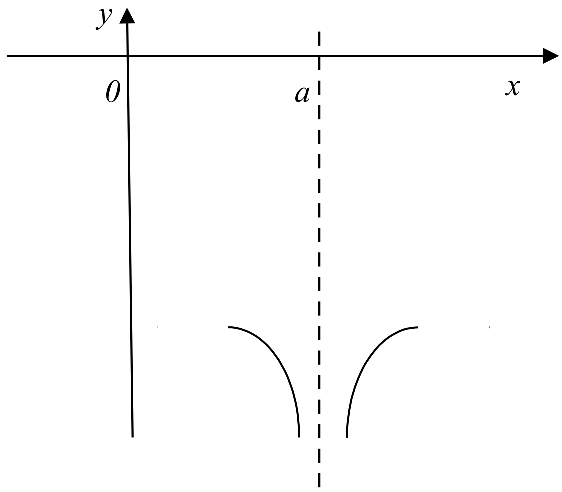
Conclusión: Para cada real positivo K, existe un entorno reducido de centro 2 y radio δ tal que, si *x* pertenece a dicho entorno, entonces *f(x)*>K.

Definición: $\lim_{x \to a} f(x) = +\infty \Leftrightarrow \forall K > 0, \exists \delta > 0 \textit{ tal que si } x \in E^*_{a,\delta} \Rightarrow f(x) > K$



Interpretación gráfica

Definición: $\lim_{x \to a} f(x) = -\infty \Leftrightarrow \forall K < 0, \exists \delta > 0 \textit{ tal que si } x \in E^*_{a,\delta} \Rightarrow f(x) < K$



Interpretación gráfica

Asíntota vertical: Si $\lim_{x \to a} f(x) = +\infty$ o $\lim_{x \to a} f(x) = -\infty$ decimos que la recta de ecuación $x=a$ es asíntota vertical a la curva que representa a f.

Investiguemos el comportamiento de la función $g : g(x) = \frac{1}{x}$ para x tendiendo a $+\infty$ y para x tendiendo a $-\infty$.

x	g(x)
2×10^4	
3×10^5	
8×10^6	
9×10^8	

x	g(x)
-5×10^4	
-7×10^6	
-8×10^9	
-9×10^{10}	

A partir de la tabla, ¿a qué número se acerca *g(x)* para valores de *x* "muy grandes"?
¿Y a qué número se acerca *g(x)* para valores de *x* negativos cuyos valores absolutos son "muy grandes"?

Ejercicio

a) ¿Para qué valores de *x* se cumple que *g(x)* pertenece al entorno de centro 0 y radio 0,1?
b) ¿Para qué valores de *x* se cumple que *g(x)* pertenece al entorno de centro 0 y radio 0,05?
c) Bosquejar el gráfico de la función *g*, e interpretar en la gráfica los resultados anteriores.

Conclusiones:

- Para cada entorno de centro 0, encuentro un real positivo H tal que si *x*>H entonces *g(x)* pertenece a dicho entorno.

- Para cada entorno de centro 0, encuentro un real negativo H' tal que si *x*<H' entonces *g(x)* pertenece a dicho entorno.

Definición: $\lim_{x\to +\infty} f(x) = b \Leftrightarrow \forall\, \varepsilon > 0, \exists\, H > 0 \text{ tal que si } x > H \Rightarrow f(x) \in E_{b,\varepsilon}$

Definición: $\lim_{x\to -\infty} f(x) = b \Leftrightarrow \forall\, \varepsilon > 0, \exists\, H < 0 \text{ tal que si } x < H \Rightarrow f(x) \in E_{b,\varepsilon}$

Asíntota horizontal: Si $\lim_{x\to \pm\infty} f(x) = b$, decimos que la recta de ecuación $y=b$ es asíntota horizontal al gráfico de *f*.

Ejercicio

Consideremos $f : f(x) = x^2$. Investiguemos el comportamiento de la función *f* para *x* tendiendo a $+\infty$ y para *x* tendiendo a $-\infty$.

.

a) ¿Para qué valores de *x* se cumple *f(x) > 10000?*
b) ¿Para qué valores de *x* se cumple *f(x) > 100000?*
c) Si K es un número real positivo, ¿para qué valores de *x* se cumple *f(x)* > K*?*
d) Bosquejar el gráfico de la función *f*, e interpretar en la gráfica los resultados anteriores.

Conclusiones:

- Para cada número real K positivo, encuentro un número real H positivo, que cumple: todos los elementos del dominio mayores que H tienen imágenes mayores que K.
- Para cada número real K positivo, encuentro un número real $\mathcal{H}$ negativo, que cumple: todos los elementos del dominio menores que $\mathcal{H}$ tienen imágenes mayores que K.

Definición: $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty \Leftrightarrow \forall\, K > 0, \exists\, H > 0 \text{ tal que si } x > H \Rightarrow f(x) > K$

Definición: $\lim_{x\to -\infty} f(x) = +\infty \Leftrightarrow \forall\, K > 0, \exists\, H < 0 \text{ tal que si } x < H \Rightarrow f(x) > K$

Ejercicio

Consideremos $h : h(x) = -x^2$. Investiguemos el comportamiento de la función *h* para *x* tendiendo a $+\infty$ y para *x* tendiendo a $-\infty$.

.

a) ¿Para qué valores de *x* se cumple $h(x) < -1000000$ *?*
b) ¿Para qué valores de *x* se cumple $h(x) < -10000000$ *?*
c) Si K es un número real negativo, ¿para qué valores de *x* se cumple *h(x)* < K*?*
d) Bosquejar el gráfico de la función *h*, e interpretar en la gráfica los resultados anteriores.
e) Escribir las conclusiones
f) Escribir la definición de $\lim_{x\to +\infty} f(x) = -\infty$
g) Escribir la definición de $\lim_{x\to -\infty} f(x) = -\infty$