PRÁCTICO Nº "5 y ½" – Trigonometría y Número Complejo

1) Resolver en $[0,2\pi)$: i) $\cos(x)<0$ ii) $sen(x)>0$ iii) $\cos(x)\geq 0$

iv) $\cos(x)\leq\frac{\sqrt{2}}{2}$ v) $sen(x)\leq\frac{\sqrt{2}}{2}$ vi) $0\leq\cos(x)<\frac{1}{2}$

vii) $-½<\cos(x)<½$

2) Siendo $z_1=2+3i$; $z_2=2-3i$; $z_3=-i$; $z_4=5-5i$ $z_5=-3+0i$

A) Realizar las siguientes operaciones en $\mathbb{C}$ (conjunto de los números complejos):

a) z_1+z_2 b) $(z_1).(z_2)$ c) $(z_1+z_2).z_3$ d) $(z_1).(z_2).(z_4)+z_3$

e) $\frac{1}{z_3}$ f) $\frac{z_4}{z_3}$ g) $\frac{z_4}{z_1}$ h) $\frac{z_4}{z_2}$

3) Resolver en $\mathbb{N}, \mathbb{R}$ *y en* $\mathbb{C}$

a) $x^2-1=0$ b) $x^2-2=0$

c) $x^2+2=0$ d) $x^2-2x+5=0$

e) $-\frac{1}{2}x^2+x-1=0$ f) $-3x^2+30x-102=0$

g) $(x-4)(x+3)(x^2+16)=0$

4) Calcule i^2 , i^3 , i^4 , i^5 , i^{12} , i^{16} , i^{17} , i^{79}

5) Si $z=a+bi$ y $\bar{z}=a-bi$ ($\bar{z}$ es el conjugado de z)

i) Calcular $z+\bar{z}$ y $z.\bar{z}$

ii) Si z verifica $x^2+x=k$, comprobar que $\bar{z}$ también.

6) a) Escriba en forma factorizada una ecuación de segundo grado que tenga raíces $z_1=2+i$ y $z_2=2-i$.

b) Desarrolle la ecuación del apartado a.

c) Escriba una ecuación de coeficientes reales que acepte raíz $z=5-4i$

7) Sea $z=a+bi$

a) Calcule z^2 e indique qué condición o condiciones debe verificar z para que $Im(z^2)=0$

b) De un ejemplo (no nulo) de un complejo z que cumpla: $Re(z^2)=0$

8) Ubique en el plano complejo y halle el módulo de cada uno:

$z_1=3+3i$ $z_2=-5i$ $z_3=-1-i$ $z_4=-1+i$

9) a) Resolver en $\mathbb{R}$ y $\mathbb{C}$: i) $2x^2+72=0$ ii) $(x-3)(x^2+2x+5)=0$

b) Siendo $z_1=3+2i$, $z_2=4+3i$ Calcular i) $z_1.z_2$ ii) $\frac{z_1}{z_2}$

c) Escribir en forma polar $z_1=2i$ $z_2=3-3i$