

Práctico N° 6

- 1) a) Encuentra realizando divisiones y justificando el conjunto de divisores en común entre:
 i) 1000 y 550 ii) 9999 y 222 iii) 715 y 1056
 b) Indique: MCD(1000,550) MCD(9999,222) MCD(715,1056)
 c) Calcule nuevamente MCD(1000,550) y MCD(9999,222) factorizando consecutivamente.

2) Completa los siguientes algoritmos de Euclides indicando la información que se concluye a partir de él:

	1	2	3
			75
		0	

	3		
	3		1
		0	

- 3) Halla dos naturales a y b sabiendo que:
 i) Su suma es 360 y que $MCD(a,b)=30$
 ii) $MCD(a,b) = 18$ y $a + b = 90$
 iii) $MCD(a,b) = 70$ y $2a + 3b = 1190$
 iv) $MCD(a,b) = 300$ y $a + b = 2700$
 v) $ab=9900$ y que $MCD(a,b)=30$
 vi) $\frac{a+b}{MCD(a,b)}=88$ y $a-b=48$

4) Demuestra las siguientes propiedades:

- i) $MCD(a,b)=1 \Rightarrow MCD(a+b,b)=1$
 ii) $MCD(a,b)=1 \Rightarrow MCD(a,b^n)=1$

(Sugerencia: demuestre por inducción completa y utilice: $\left. \begin{matrix} MCD(a,c)=1 \\ MCD(a,b)=1 \end{matrix} \right\} \Rightarrow D(a,bc)=1$)

- iii) $MCD(a,b)=1 \Rightarrow MCD(a^m,b^n)=1$

5) Utilizando el algoritmo de Euclides encuentre MCD y mcm entre:

- i) 100 y 30 ii) 990 y 999 iii) 715 y 1056

6) Hallar los naturales a y b que cumplen:

i) $mcm(a,b) = 225$ y $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{75}$

ii) $mcm(a,b) \cdot MCD(a,b) = 9000$ $\frac{mcm(a,b)}{MCD(a,b)} = 90$ y $a+b < 200$

iii) $ab = 192$ $\frac{(m+D)^2}{4mD} = \frac{169}{48}$ siendo $m = mcm(a,b)$ y $D = MCD(a,b)$

iv) $MCD(a^2+ab+b^2, a^2) = 36$ $\frac{a^2-b^2}{D^2} = 29$ siendo $D = MCD(a,b)$

7) i) Si $35a=9$ probar que $a=9$

ii) Se sabe que $11a+3b=9$ y $3a+4b=9$ Prueba que a y b son múltiplos de 9.

8) Repaso

a) Hallar todas las posibles ternas de naturales (a,b,c) que cumplen a la vez:

$$\begin{array}{c|c} a & 6 \\ \hline c & b \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} a+6 & c \\ \hline 4 & b+3 \end{array}$$

b) Probar que si $MCD(a,b) = 1 \Rightarrow MCD(a-b, b) = 1$ ($a > b$)

c) Hallar todos los a y b que verifiquen: $mcm(a,b) = 4800$ y $MCD(a,b) = 80$

d) Sean a y b dos naturales tales que: $5a+4b = 3072$ i) Probar que $2 | a$

ii) Hallar los posibles a y b que verifican la ecuación y además $MCD(a,b) = 64$