**Práctico Nº 3 - Matemática - 6º MD – Prof. Marcelo Valenzuela - Pract. Martín Botta**

1) Deduzca a partir de <u>fórmulas de distancia</u> la ecuación que verifica el Lugar Geométrico de puntos que equidistan de: i) A(0,0) y r) y = -2 ii) B(1,2) y s) y = 3 iii)C(-3,1) y t) x = 7 iv) A(-2,2) y r) y = x

Realice un bosquejo de los gráficos de los lugares hallados.

2) Hallar las ecuaciones de las parábolas cuyos elementos se indican:

i) Foco F(1,1) directriz r) y = -1 ii) Foco F(0,-2) y Vértice V(0,0)

iii) Foco F(-1,3) Vértice V(-1,4) iv) Vértice V(1,2) directriz r) y = 5/2

3) Dadas las siguientes ecuaciones de las parábolas, hallar coordenadas de foco, vértice y directriz.

i) $y = 2x^2$ ii) $y = x^2 + 4$ iii) $y = x^2 – 4x + 7$

iv) $y + 3x^2 – 2x + 7 = 0$ iv) $x = -2y^2$ v) $x + 3y^2 – 2y + 7 = 0$

4) Hallar la ecuación de las parábolas cuyos elementos se indican:

i) F(2,0) d') x = 0 ii) d') x = 2 V(-3,5)

5) a) Deducir la ecuación de la parábola que pasa por A(1,3); tiene vértice V(3,5) y su eje es paralelo a oy.

b) Deducir todos los elementos de la parábola hallada en a)

6) Hallar la ecuación de la parábola de eje // oy; que pasa por los puntos A(1,0), B(3,2), y C(-1,6).

7) Una cfa. cuyo centro es el punto (4,-1) pasa por el foco de la parábola $x^2 + 16y = 0$. Demostrar que dicha cfa. es tangente a la directriz de la parábola.

8) Hallar la ecuación de la tangente a la parábola $y^2 - 8x = 0$ que tiene coeficiente angular 1.

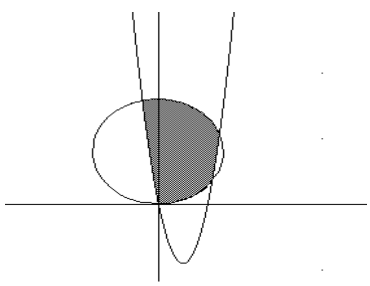
9) Hallar la ecuación de la tangente a la parábola $x^2 + 4x + 12y - 8 = 0$ que es paralela a la recta $3x + 9y - 11 = 0$

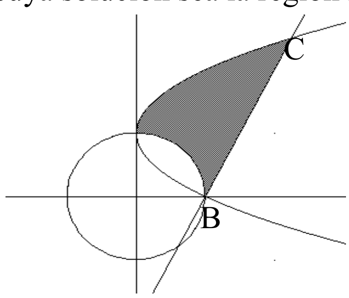
10) Represente el conjunto de puntos del plano que verifican

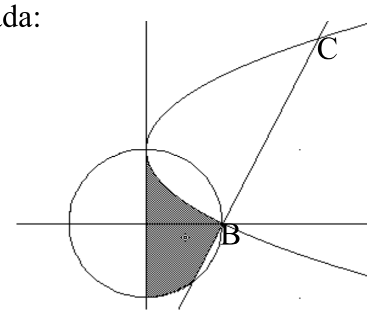
$\begin{cases} y \le x^2 \\ y \le x \end{cases}$ $\begin{cases} 2x - 3y + y^2 \le 0 \\ x + y - 3 \ge 0 \\ x \ge 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 - y + 1 \le 0 \\ x^2 + y - 3 \le 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 + y^2 \le 10 \\ x \le 2y^2 + 3y - 8 \\ y \ge -3x \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 - 1 \ge y \\ x^2 + y^2 \le 1 \\ x \le 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 + y^2 \ge 6x \\ x \le y^2 + 6 \\ y \ge x - 6 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 + y^2 + 18x - 6y \le 0 \\ x + 9 \ge 0 \\ y^2 - x - 6y \ge 0 \end{cases}$

11) Escribir un sistema de inecuaciones cuya solución sea la región indicada:



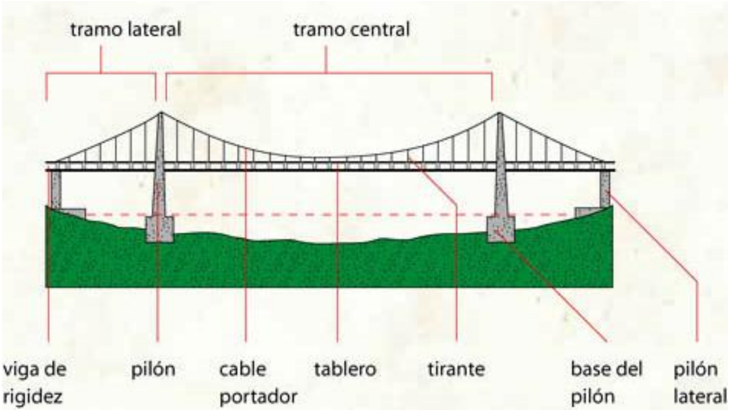



Centro de la cfa: (0,4) B(1,0)

Vértice de la parábola (3/2,-9/2) C(9/4,5/2)

# Parábola - Bonus Track.




1. Existen muchos puentes colgantes en el mundo, ya que es el único tipo que puede atravesar largas distancias. Estos poseen la ventaja de que es solo necesaria la construcción de dos torres para mantenerlos en pie. Poseen cables principales, que brindan sostén al puente, mediante varios tirantes verticales. Si consideramos la masa del cable despreciable respecto a la masa del resto del puente y si la distribución de la masa en el puente es uniforme en forma horizontal, podemos considerar que cada cable toma la forma de un arco parabólico en el tramo central.[1]

- Si las torres de un puente colgante tienen una separación de 460 metros y los cables están atados a ella a 150 metros arriba del piso del puente, ¿qué longitud debe tener el tirante que está a 50 metros de la torre? Supongamos que el cable toca el piso del puente en el punto medio del mismo.

- La distancia horizontal entre las torres del puente Golden Gate, en San Francisco, California, es de 1280 metros y los cables están atados a ellas a 160 metros arriba del piso del puente. El servicio de mantenimiento necesita determinar la altura del cable principal en el tramo central a una determinada distancia dada de la torre más cercana a San Francisco.[2]

→ Describe una ecuación que determine la altura del cable a una determinada distancia de la torre más cercana a San Francisco.[3]

→ El Estado establece que, por normas de seguridad, toda reparación que deba ser realizada a más de 100 metros de altura sobre el nivel del puente tiene que ser supervisada por un técnico prevencionista. Si se necesita realizar el mantenimiento de los cables que se encuentran en los tramos de 130 a 135 metros y de 1145 a 1150 metros de la torre más cercana a San Francisco, ¿será necesaria la presencia del

---

[1] [img]http://www.infovisual.info/05/img_es/028%20Puente%20colgante.jpg[/img] [url=http://www.infovisual.info/05/028_es.html]Puente colgante[/url] - [url=http://www.infovisual.info]El Diccionario Visual[/url] - Copyright © 2005-2011 - Todos los derechos reservados.

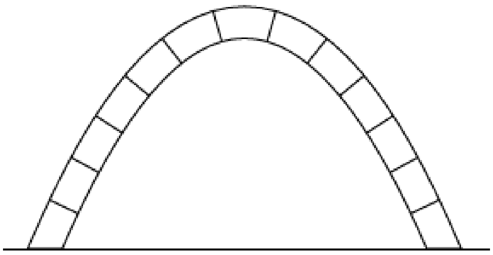
[2] Extraída de http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Golden_Gate_Bridge_Aerial.jpg

[3] Extraída de http://johntoleafoa.files.wordpress.com/2010/12/golden_gate_bridge.jpg

técnico? En caso de ser necesario, determina aproximadamente el/los tramo/s en el/los que será necesaria su presencia.

→ Durante el verano, las altas temperaturas causan que los cables principales se dilaten, por lo que la altura del puente sobre el nivel del río cambia, llegando a disminuir hasta 5 metros con respecto a la que presenta el puente en invierno. ¿Podremos seguir utilizando la misma ecuación para calcular alturas durante el verano?

2. Un arco muy frecuente en la construcción es el arco parabólico. Esto es debido a que esta forma da estabilidad al arco, ya que solo presenta esfuerzos de compresión, "sosteniéndose a sí mismo". [4] [5]



- Un túnel de una carretera tiene forma de un arco parabólico que tiene 8 metros de ancho y 4 metros de altura.
    - ¿Cuál es la altura máxima que puede tener un camión de transporte de containers de 4 metros de ancho para poder pasar por el túnel?
    - Si la altura del camión es de 3 metros, ¿cuál es el ancho máximo que puede tener un camión de transporte de containers para poder pasar por el túnel?

3. **Solo para osados**. En la actividad 2, establecimos un método para construir puntos de una parábola. Primero tomábamos un punto cualquiera de la directriz y considerábamos la recta perpendicular a esta por ese punto. Luego, considerábamos la mediatriz del segmento determinado por ese punto y el foco. La intersección de estas dos rectas, pertenecía a la parábola que posee de elementos a ese foco y a esa directriz.
    - Mediante procedimientos analíticos, determina las coordenadas genéricas de estos puntos y verifica mediante la ecuación que pertenecen a una parábola cuyos elementos son los mencionados. Para ayudarte, aquí tienes una guía:
        - → Realiza un dibujo de la situación planteada.
        - → ¿Cuáles son las coordenadas genéricas del foco y la ecuación genérica de la directriz para este caso? (Tip: puedes valerte de lo trabajado para determinar la ecuación de la parábola de eje Ox).
        - → Considera varios puntos que pertenezcan a la directriz, ¿qué coordenadas tienen? Da cinco ejemplos. (Tip: debe condecir con la directriz de la parte anterior).
        - → Ahora considera puntos cuyas coordenadas verifiquen (k,-p), con k real y p el parámetro de la parábola, ¿qué puedes afirmar acerca de todos los puntos que tienen esa forma? (Tip: recuerda que puedes sustituir k por valores reales para intentar ver alguna regularidad, ya que k no es fijo, como sí lo es p).
        - → Ya teniendo las coordenadas de un punto Q genérico de la directriz, las coordenadas del foco y la ecuación de la directriz, ¿puede determinar las ecuaciones de algunas de las rectas buscadas? (Tip: piensa en cómo lo

[4] Imagen extraída de http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Parabelb%C3%A5ge.png
[5] Más información sobre aplicaciones de curvas parabólicas en http://www.slideshare.net/gasib/parbola-14809532

harías para algunos valores en concreto antes de hacerlo de forma genérica).

- → Ya teniendo las ecuaciones de las rectas, ¿cómo obtenemos las coordenadas de su intersección? (Tip: piensa nuevamente cómo lo harías para valores concretos y no te dejes asustar por su apariencia, es más amable de lo que parece).
- → ¿Puedes determinar las coordenadas genéricas de los puntos que están a la misma distancia del foco y la directriz? (Tip: puede ayudarte a visualizar si escribes la solución como las coordenadas de un punto).
- → Verifica mediante la ecuación que estos puntos pertenecen a la parábola de elementos dados. (Tip: si las coordenadas de un punto verifican la ecuación de una recta, ¿qué podemos afirmar acerca de ese punto?).