**REPARTIDO 3** **MATEMÁTICA III**

**1)** $A \begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ -1 & 4 & -2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$

$H = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

$Calcular: a)\ B + H \quad b)\ AB \quad c)\ BA \quad d)\ AH \quad e)\ HA$

$f)\ A(2B - 3H)$

**2)** $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 1 & -3 & -5 \\ -1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ $H = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix}$

$a)\ Calcular: \ i)\ 2A \quad ii)\ 3A + 4B \quad iii)\ A - 3B + 2H \quad iv)\ 4A + 2B - 4H$

$b)\ Hallar\ \alpha,\ \beta\ y\ \gamma\ reales\ tales\ que\ \alpha A + \beta B + \gamma H = I$

**3)** $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -5 \\ 1 & -4 & -1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 7 & 10 & 5 \\ -2 & -4 & 0 \end{pmatrix}$

$Hallar\ la\ matriz\ X\ tal\ que: a)\ 3X + A = B$

$b)\ 2X - 5B = O(matriz\ nula)$

$c)\ 4X - 3B = 2X + 4A$

**4)** $Constru\acute{\imath}r\ la\ matriz\ 2 \times 4\ cuyos\ elementos\ son:$

$a)\ a_{ij} = 2i - j \quad b) a_{ij} = \dfrac{i}{j} \quad c) a_{ij} = \begin{cases} i^2 - j^2 \Leftrightarrow i \neq j \\ -1 \Leftrightarrow i = j \end{cases}$

$d)\ a_{ij} = \begin{cases} i + j \Leftrightarrow i < j \\ 3i - 4j \Leftrightarrow i \geq j \end{cases}$

**5)** $Hallar\ dos\ matrices\ X\ e\ Y\ tales\ que: \quad 2X + Y = \begin{pmatrix} 7 & -5 & 15 \\ 23 & 9 & 6 \end{pmatrix}$

$X + 2Y = \begin{pmatrix} 5 & -13 & 15 \\ 19 & 12 & -3 \end{pmatrix}$

**6)** $Dadas\ A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}\ y\ B = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

$, \quad hallar\ la\ matriz\ X\ tal\ que\ AB - X = I + 2A^t$

**7)** *Dadas las matrices* $\mathrm{M}=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 0 & 3\end{pmatrix}$ *y* $\mathrm{N}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 2 & 1/3\end{pmatrix}$ , *hallar la matriz* X *tal que* $\mathrm{MN}-2\mathrm{X}=2(\mathrm{M}^t+3\mathrm{N})$

**8)** *Siendo* $\mathrm{A}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix}$, *hallar todas las matrices* $\mathrm{B}_{2\times 2}$ *tales que*: *a*) $\mathrm{AB}=\mathrm{O}$ ; *b*) $\mathrm{BA}=\mathrm{O}$ , *donde* O *es la matriz nula*

**9)** *Siendo* $\mathrm{B}=\begin{pmatrix}0 & a\\ a & b\end{pmatrix}$, *determinar los valores de "a" y "b" para que* $\mathrm{B}^2-4\mathrm{B}=\mathrm{I}$

**10)** *i*) *Sea* $\mathrm{B}=\begin{pmatrix}1 & a\\ a & b\end{pmatrix}$, *determinar los valores de "a" y "b" para que* $\mathrm{B}^2-4\mathrm{B}=\mathrm{I}$

*ii*) *Para* B *hallado en i*) , *con* $a>0$ *y* $\mathrm{H}_{3\times 2}$ *tal que* $h_{ij}=\begin{cases} i^2-j \Leftrightarrow i\le j\\ 2i+j \Leftrightarrow i>j\end{cases}$ ,

*hallar* X *tal que* $\mathrm{XB}=\mathrm{H}$

**11)** $\mathrm{A}=\begin{pmatrix}1 & -3 & 2\\ 2 & 1 & -3\\ 4 & -3 & -1\end{pmatrix}$ $\mathrm{B}=\begin{pmatrix}1 & 4 & 1 & 0\\ 2 & 1 & 1 & 1\\ 1 & -2 & 1 & 2\end{pmatrix}$ $\mathrm{M}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -1 & -2\\ 3 & -2 & -1 & -1\\ 2 & -5 & -1 & 0\end{pmatrix}$

*Comprobar que* $\mathrm{AB}=\mathrm{AM}$. *Conclusión*: *no vale la propiedad cancelativa en el producto de matrices, ya que* $\mathrm{AB}=\mathrm{AM}$ *y* $\mathrm{B}\neq\mathrm{M}$

**12)** $\mathrm{A}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ *a*) *Calcular* $\mathrm{A}^2$ , $\mathrm{A}^3$ *y* $\mathrm{A}^4$

*b*) *Deducir una fórmula general para* $\mathrm{A}^n$

**13)** $\mathrm{A}=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & 2\end{pmatrix}$ $\mathrm{B}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}$

¿*Son ciertas las siguientes igualdades*?

$(\mathrm{A}+\mathrm{B})^2=\mathrm{A}^2+2\mathrm{AB}+\mathrm{B}^2$

$(\mathrm{A}+\mathrm{B})(\mathrm{A}-\mathrm{B})=\mathrm{A}^2-\mathrm{B}^2$