

REPARTIDO 4 6° SE 2013

1) Multiplicar dos matrices diagonales y enunciar una regla para dicha multiplicación

2) Calcular el rango de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -5 & 10 \\ 0 & 2 & 1 & 5 \\ 4 & -3 & 9 & 15 \\ 2 & 8 & -1 & 21 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 7 \\ -3 & 1 & 3 & -11 & -7 \\ 2 & -1 & -2 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

3) Clasificar, aplicando el teorema de Rouché-Frobenius, los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - y = 1 \\ -x + y = -1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x - y + 3z = -3 \\ x + y + z = 0 \\ 2x + 5y + z = 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -x + y - z = -1 \\ 5x + y + 2z = -3 \\ 4x + 2y + z = 0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2x + y + 2z = 1 \\ x + 2y + z = -1 \\ x - y - z = 4 \end{cases}$

4) Calcular $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{vmatrix}$ y deducir una regla para calcular determinantes de matrices triangulares.

5) Calcular los siguientes determinantes:

a) $\begin{vmatrix} 1 & -6 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 7 & 7 & 1 \\ 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 7 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -5 \\ 1 & 7 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ d) $\begin{vmatrix} 1 & 6 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$ e) $\begin{vmatrix} 8 & 0 & 3 \\ 4 & -1 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

6) Probar, sin desarrollar, que el determinante siguiente es nulo:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \\ 21 & 22 & 23 & 24 & 25 \end{vmatrix}$$

7) En una matriz A se efectúan las siguientes transformaciones: $F_1 \leftrightarrow F_3$; $F_2 \leftrightarrow 3F_2$; $F_3 \leftrightarrow F_3 + 2F_1$ ¿Qué relación existe entre el determinante de la nueva matriz y el determinante de A?

8) Resolver las siguientes ecuaciones:

$$a) \begin{vmatrix} x^2 & 2 \\ 8 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad b) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & x & 1 \\ 1 & 3 & x \end{vmatrix} = 9 \quad c) \begin{vmatrix} x & 2 & x \\ 1 & x & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -5$$

9) Determinar la inversa de cada una de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -4 \\ 1 & -4 & 6 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

10) Hallar para qué valores de x existe A^{-1} :

$$a) A = \begin{pmatrix} x+1 & 2 \\ x-1 & 3 \end{pmatrix} \quad b) A = \begin{pmatrix} x+5 & x+2 & x+2 \\ 2 & x-1 & 1 \\ x+2 & 3 & x+1 \end{pmatrix} \quad c) A = \begin{pmatrix} 1 & x & x+1 \\ 1 & x+1 & 1 \\ x & 1 & x+1 \end{pmatrix}$$