REPARTIDO 5 6º SE 2013

1) Hallar las matrices $X \; e \; Y$ tales que $A.X = B \; y \; Y.A = B, \quad siendo \; A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 4 & -3 & 3 \\ 6 & -5 & 1 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 3 & 5 & 0 \end{pmatrix}$

2) Hallar la matriz X tal que $A.X = C^t + B.C$, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$,

$C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$

3) Utilizando el resultado $|A.B| = |A|.|B|$ responder las preguntas:

a) ¿ $Si \;\; C^2 = C, entonces \; |C| = 0 \;\; o \;\; |C| = 1$?
b) ¿ $Si \; C.C^t = I, \;\; entonces \; |C| = 1$ o $|C| = -1$?
c) ¿ Qué relación existe entre $|C|$ y $|C^{-1}|$?

4) Utilizando las propiedades de los determinantes, sin utilizar la regla de Sarrus:

a) Calcular: $\begin{vmatrix} a & bc & \frac{1}{a} \\ b & ca & \frac{1}{b} \\ c & ab & \frac{1}{c} \end{vmatrix}$ y $\begin{vmatrix} a+b & 1 & c \\ b+c & 1 & a \\ a+c & 1 & b \end{vmatrix}$

b) Demostrar la siguiente igualdad: $\begin{vmatrix} a+b & b+c & c+a \\ d+e & e+f & f+d \\ g+h & h+i & i+g \end{vmatrix} = 2.\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$

5) Calcular: $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 2 \\ 3 & 3 & 12 & 3 \\ 1 & 4 & 4 & -4 \\ -2 & -7 & -8 & -7 \end{vmatrix}$

6) Resolver por el método de Cramer:

$a) \begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$ $\quad b) \begin{cases} 5x + 3y = 12 \\ 7x - y = 8 \end{cases}$ $\quad c) \begin{cases} 2x + 3y - z = 1 \\ 3x - 5y + 2z = 8 \\ x - 2y - 3z = -1 \end{cases}$ $\quad d) \begin{cases} 2x - 6y + 2z = -1 \\ 5x + 3y - 4z = -1 \\ 3x + 9y - 6z = 0 \end{cases}$

7) Se consideran los sistemas de ecuaciones: $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 2y + 2z = 2 \\ -2x - 2y - 2z = 0 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 2y + 2z = 2 \\ -2x - 2y - 2z = -2 \end{cases}$

Comprobar que en ambos casos se cumple que $\Delta = \Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0$, y clasificar dichos sistemas.

8) Discutir según $a \in R$, qué tipo de sistema es en cada caso:

$$a)\begin{cases} ax + (a-1)y = a+1 \\ (a-2)x + (a-4)y = -a(a+1) \end{cases} \qquad b)\begin{cases} 2ax - ay = -a \\ -ax + (a+1)y = 1 \end{cases}$$

$$c)\begin{cases} x + y + z = 2a \\ x - y + z = -2a \\ ax + y + 2z = a^2 \end{cases} \qquad d)\begin{cases} x + y + z = 2 \\ (a-1)x + ay + az = a \\ 2ax + (2a+1)y + 3z = -a + 6 \end{cases}$$