

PRÁCTICO N° 4 – Potencia - Logaritmo

1) Calcular: 2^{-3} $2^{1/2}$ $2^{-3/2}$ $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ $\left(\frac{4}{9}\right)^{1/2}$ $\left(\frac{4}{9}\right)^{-1/2}$

2) Resuelva las siguientes ecuaciones:

$$2^x \cdot 2^2 = 2^{2x+1} \quad 2^x = \frac{1}{8} \quad 9^{2x+1} = 81 \quad 3^{3x+12} = 9^x \quad 4^{3x+5} = 16$$

$$\frac{2^{2x+1}}{2^x} = 32 \quad 2^x \cdot 4^{2x+1} = \frac{1}{8} \quad \frac{25^{2x-1}}{5^{3x+1}} = 125 \quad 5^{2x^2-1} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{3x^2-7} = 25$$

3) a) Graficar las siguientes funciones de dominio real.

$$f: f(x) = 3^x \quad g: g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad h: h(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$$

b) Resolver gráficamente i) $3^x > 9$ ii) $3^x \leq \frac{1}{\sqrt{27}}$ iii) $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 1$ iv) $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 8$

4) Resolver las siguientes inecuaciones:

$$2^{x^2-3} < \frac{1}{8} \quad 2^x < 2^{-x+3} \quad 2^{x^2} \geq 2 \quad (2^x)^2 \geq 8$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-x+1} < 1 \quad (3^{x-2})^{4-x} \geq 1 \quad 5^{3x+2} \geq \frac{1}{25}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{(-x+1)(x^2-4)} \geq 1 \quad \sqrt[3]{2^x} \cdot \sqrt[3]{2^{x+1}} < 1 \quad \left(\frac{7}{5}\right)^{x^2-3x} < \left(\frac{5}{7}\right)^{2x-2} \quad \left(\frac{1}{5}\right)^{3x-2} \cdot (\sqrt{5})^{-x} \leq 1$$

5) Calcular:

$$\log_{\frac{1}{3}} 27 \quad \log_{243} 81 \quad \log_{19} 19 \quad \log_{216} \frac{1}{6} \quad \log_{\frac{1}{169}} 2197 \quad \log_{5^{-1}} 125^{-1}$$

$$\log_7 1 \quad \log_4 \sqrt[3]{256} \quad \log_{\sqrt{2}} 8 \quad \log_5 \left(\frac{1}{\sqrt[4]{3125}}\right)$$

$$\log_{0,0001} 0,00001 \quad \log_2 \sqrt[3]{4} \quad \log_2 \sqrt[7]{\frac{2^3}{128}} \quad \log_2 \sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{2}}}$$

6) a) Graficar $f: f(x) = \log_3 x$ $g: g(x) = \log_{1/3} x$

b) Resolver: $\log_3 x < 2$ $\log_3 x > -1$ $\log_{\frac{1}{3}} x \leq -3$ $\log_{\frac{1}{3}} x > 12$

7) Las amebas se reproducen partiéndose en dos, fenómeno conocido como bipartición. Supongamos que inicialmente tenemos 500 amebas, y que el fenómeno de la bipartición se produce cada una hora. i) Calcula el número de amebas a medida que pasan las horas:

| Tiempo en horas | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-----------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| N° de amebas | | | | | | | | | | |

ii) ¿En qué momento hay exactamente 1.000.000 de amebas? iii) ¿durante que tiempo hay menos de 5×10^{15} amebas? (Resuelva algebraicamente el problema)

- 8) La cantidad de personas que viven en una isla crece de acuerdo con una función del tipo exponencial y aumenta un 5,5% cada año. El 1 de enero de 1995 había 500 habitantes.
- ¿Cuándo se duplicará la población?
 - ¿Cuántos habitantes habrá el 1 de enero de 2015?
- 9) Se estima que en un bosque hay 2400m^3 de madera y que esta cantidad aumenta un 2,5% por año.
- ¿Cuánta madera habrá después de 5 años?
 - ¿Al cabo de cuántos años la cantidad de madera superará los 100000m^3 ?
- 10) Escriba una sucesión geométrica (a_n) de elemento inicial 3 y razón 4 y resuelva:

$$a_n > 4 \cdot 10^{24}$$

- 11) Resolver en \mathfrak{R} estudiando existencia:

$$\log_3 x = 2$$

$$\log_3 \frac{1}{x} = 2$$

$$\log_{\sqrt{2}}(x-1) = 4$$

$$\log_3(5x+1) + \log_{1/3} 9 = 0$$

$$\log_3 x + \log_3(x+8) = 2$$

$$\log_6(3x) - \log_{1/6}(x-1) = 2$$

$$\log(7x-9)^2 + 2\log(3x-4) = 2$$

$$\log_3(x+1) + \log_3(2x+1) = 1$$

$$3\log_{1/6}(-x+3) - \log_6(2x+7)^3 = -3$$

$$3(\log_{25} x) \cdot (\log_5 x) - \log_3 27 = 9$$

$$\log_3 3(x+1) + \log_9 3x = \log_3(x+1) + 1/2$$

$$\log_2(x-1) - \log_2(x^2-4) + \log_2(x+2) = 1$$

- 12) Resolver en \mathfrak{R} estudiando existencia:

$$\log_4(x+2) > 0$$

$$\log_{1/5}(x-8) > 0$$

$$\log_{1/5}(x+2) > -1$$

$$\log_{2/5}(6x^2+5x) \geq 0$$

$$2\log_2(x+1) + \log_{1/2}(1-x) < 0$$

$$\log_2(x+2) - \log_{1/2}(x) < 3$$