

PRÁCTICO N° 5 – Trigonometría y Número Complejo

1) Completar sin uso de calculadora:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}(\pi) &= & \operatorname{sen}(-2\pi) &= & \cos\left(\frac{3}{2}\pi\right) &= & \cos\left(\frac{3}{2}\pi\right) &= \\ \cos\left(\frac{-9}{4}\pi\right) &= & \operatorname{tg}(\pi) &= & \operatorname{tg}\left(\frac{5}{6}\pi\right) &= & (\text{Sug: } \operatorname{tg}(x) = \frac{\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)}) \end{aligned}$$

2) Graficar: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \cos(x)$

3) Resolver en $[0, 2\pi)$: i) $\cos(x) < 0$ ii) $\operatorname{sen}(x) > 0$ iii) $\cos(x) \geq 0$ iv) $\cos(x) \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$
 v) $\operatorname{sen}(x) \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ vi) $0 \leq \cos(x) < \frac{1}{2}$ vii) $-\frac{1}{2} < \cos(x) < \frac{1}{2}$

4) Siendo $z_1 = 2 + 3i$; $z_2 = 2 - 3i$; $z_3 = -i$; $z_4 = 5 - 5i$ $z_5 = -3 + 0i$ Realizar las siguientes operaciones en \mathbb{C} (conjunto de los números complejos):

$$\begin{array}{llll} \text{a) } z_1 + z_2 & \text{b) } (z_1) \cdot (z_2) & \text{c) } (z_1 + z_2) \cdot z_3 & \text{d) } (z_1) \cdot (z_2) \cdot (z_4) + z_3 \\ \text{e) } \frac{1}{z_3} & \text{f) } \frac{z_4}{z_3} & \text{g) } \frac{z_4}{z_1} & \text{h) } \frac{z_4}{z_2} \end{array}$$

5) Resolver en \mathbb{N} , \mathbb{R} y en \mathbb{C}

$$\begin{array}{ll} \text{a) } x^2 - 1 = 0 & \text{b) } x^2 - 2 = 0 \\ \text{c) } x^2 + 2 = 0 & \text{d) } x^2 - 2x + 5 = 0 \\ \text{e) } -\frac{1}{2}x^2 + x - 1 = 0 & \text{f) } -3x^2 + 30x - 102 = 0 \\ \text{g) } (x-4)(x+3)(x^2+16) = 0 \end{array}$$

6) a) Escriba en forma factorizada una ecuación de segundo grado que tenga raíces $z_1 = 2 + i$ y $z_2 = 2 - i$.
 b) Desarrolle la ecuación del apartado a.
 c) Compruebe que un polinomio de grado 2 y raíces $z_1 = a + bi$ y $z_2 = a - bi$ tiene coeficientes reales.
 d) Escriba una ecuación de coeficientes reales que acepte raíz $z = 5 - 4i$

7) Sea $z = a + bi$

a) Calcule z^2 e indique qué condición o condiciones debe verificar z para que $\operatorname{Im}(z^2) = 0$
 b) De un ejemplo (no nulo) de un complejo z que cumpla: $\operatorname{Re}(z^2) = 0$

8) Calcule y ubique en el plano complejo: i^2 , i^3 , i^4 , i^5 , i^6 , i^{12} , i^{16} , i^{17} , i^{79}

9) Ubique en el plano complejo y halle el módulo de cada uno:

$$z_1 = 3 + 3i \quad z_2 = -5i \quad z_3 = -1 - i \quad z_4 = -1 + i$$

10) a) Resolver en \mathbb{R} y \mathbb{C} : i) $2x^2 + 72 = 0$ ii) $(x-3)(x^2 + 2x + 5) = 0$ iii) $x^3 + 7x^2 + 19x + 13 = 0$

b) Siendo $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 4 + 3i$ Calcular i) $z_1 \cdot z_2$ ii) $\frac{z_1}{z_2}$

c) Escribir en forma polar $z_1 = 2i$ $z_2 = 3 - 3i$ d) Escriba en notación polar $z_1 = 2 - 4i$ y en forma binómica $z_2 = 5 \sqrt{3/2\pi}$