PRÁCTICO Nº 4 – Potencia - Logaritmo

1) Calcular: 2^{-3} $2^{1/2}$ $2^{-3/2}$ $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ $\left(\frac{4}{9}\right)^{1/2}$ $\left(\frac{4}{9}\right)^{-1/2}$

2) Resuelva las siguientes ecuaciones:

$2^x.2^2 = 2^{2x+1}$ $2^x = 1/8$ $9^{2x+1} = 81$ $3^{3x+12} = 9^x$ $4^{3x+5} = 16$

$\frac{2^{2x+1}}{2^x} = 32$ $2^x.4^{2x+1} = \frac{1}{8}$ $\frac{25^{2x-1}}{5^{3x+1}} = 125$ $5^{2x^2-1}.\left(\frac{1}{5}\right)^{3x^2-7} = 25$

3) a) Graficar las siguientes funciones de dominio real.

f:f(x) = 3^x g:g(x) = $(½)^x$ h:h(x) = $(¼)^x$

b) Resolver gráficamente i) $3^x>9$ ii) $3^x \le 1/\sqrt{27}$ iii) $\left(1/2\right)^x \le 1$ iv) $\left(1/2\right)^x > 8$

4) Resolver las siguientes inecuaciones:

$2^{x^2-3} < 1/8$ $2^x < 2^{-x+3}$ $2^{x^2} \ge 2$ $\left(2^x\right)^2 \ge 8$

$(1/2)^{-x+1} < 1$ $\left(3^{x-2}\right)^{4-x} \ge 1$ $5^{3x+2} \ge \frac{1}{25}$

$\left(1/\sqrt{5}\right)^{(-x+1)(x^2-4)} \ge 1$ $\sqrt[3]{2^x}.\sqrt[3]{2^{x+1}} < 1$ $\left(\frac{7}{5}\right)^{x^2-3x} < \left(\frac{5}{7}\right)^{2x-2}$ $(1/5)^{3x-2}.\left(\sqrt{5}\right)^{-x} \le 1$

5) Calcular:

$\log_{1/3} 27$ $\log_{243} 81$ $\log_{19} 19$ $\log_{216} 1/6$ $\log_{1/169} 2197$ $\log_{5^{-1}} 125^{-1}$

$\log_7 1$ $\log_4 \sqrt[3]{256}$ $\log_{\sqrt{2}} 8$ $\log_5\left(\frac{1}{\sqrt[4]{3125}}\right)$

$\log_{0,0001} 0,00001$ $\log_2 \sqrt[3]{4}$ $\log_2 \sqrt[7]{\frac{2^3}{128}}$ $\log_2 \sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{2}}}$

6) a) Graficar $f: f(x) = \log_3 x$ $g: g(x) = \log_{1/3} x$

b) Resolver: $\log_3 x < 2$ $\log_3 x > -1$ $\log_{1/3} x \le -3$ $\log_{1/3} x > 12$

7) Las amebas se reproducen partiéndose en dos, fenómeno conocido como bipartición. Supongamos que inicialmente tenemos 500 amebas, y que el fenómeno de la bipartición se produce cada una hora. i) Calcula el número de amebas a medida que pasan las horas:

Tiempo en horas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº de amebas										

ii) ¿En qué momento hay exactamente 1.000.000 de amebas? iii) ¿durante que tiempo hay menos de $5x10^{15}$ amebas? (Resuelva algebraicamente el problema)

8) La cantidad de personas que viven en una isla crece de acuerdo con una función del tipo exponencial y aumenta un 5,5% cada año. El 1 de enero de 1995 había 500 habitantes.
   a) ¿Cuándo se duplicará la población?
   b) ¿Cuántos habitantes habrá el 1 de enero de 2015?

9) Se estima que en un bosque hay 2400m^3 de madera y que esta cantidad aumenta un 2,5% por año.
   a) ¿Cuánta madera habrá después de 5 años?
   b) ¿Al cabo de cuántos años la cantidad de madera superará los 100000m^3?

10) Escriba una sucesión geométrica (a_n) de elemento inicial 3 y razón 4 y resuelva:

$a_n > 4.10^{24}$

11) Resolver en $\Re$ estudiando existencia:

$\log_3 x = 2$

$\log_3 \frac{1}{x} = 2$

$\log_{\sqrt{2}}(x-1) = 4$

$\log_3(5x+1) + \log_{1/3} 9 = 0$

$\log_3 x + \log_3(x+8) = 2$

$\log_6(3x)$ - $\log_{1/6}(\mathrm{x}-1) = 2$

$\log(7x-9)^2 + 2\log(3x-4) = 2$

$\log_3(x+1) + \log_3(2\mathrm{x}+1) = 1$

$\log_3 3(x+1) + \log_9 3x = \log_3(x+1) + 1/2$

$3(\log_{25} x).(\log_5 x) - \log_3 27 = 9$

$\log_2(x-1) - \log_2(x^2-4) + \log_2(x+2) = 1$

12) Resolver en $\Re$ estudiando existencia:

$\log_4(x+2) > 0$

$\log_{1/5}(x-8) > 0$

$\log_{1/5}(x+2) > -1$

$\log_{2/5}(6\mathrm{x}^2+5\mathrm{x}) \geq 0$

$2\log_2(x+1) + \log_{1/2}(1-x) < 0$

$\log_2(x+2)$-$\log_{1/2}(x) < 3$

$3\log_{1/6}(-x+3) - \log_6(2\mathrm{x}+7)^3 < -3$