Práctico Nº 8 de Matemática I - 6º A1 Liceo Nº 3 – Prof. Marcelo Valenzuela

1) Estudiar la continuidad de las siguientes funciones en los puntos que se indican.

a) $f : f(x) = \begin{cases} x+1 \Leftrightarrow x<1 \\ 2 \quad \Leftrightarrow x>1 \end{cases}$ **en** $x=0$ **y en** $x=1$ b) $f : f(x) = \begin{cases} 1-2x \Leftrightarrow x\geq 2 \\ -x \Leftrightarrow x<2 \end{cases}$ en $x=2$

2) Hallar *a*, para que las funciones sean continuas en $\Re$.

$f_1(x) = \begin{cases} a(x+1) & si \quad x>0 \\ ax^2+5x+3 & si \quad x\leq 0 \end{cases}$ $f_2(x) = \begin{cases} x+a & si \quad x=4 \\ \dfrac{x^2-16}{x-4} & si \quad x\neq 4 \end{cases}$ $f_3(x) = \begin{cases} \dfrac{Lx}{1-x} & si \quad x>1 \\ ax^2-3 & si \quad x\leq 1 \end{cases}$

3) Indique si las siguientes deducciones son correctas:

i) Si g(-3) y g(0) son positivas entonces f no tiene raíces en el intervalo (-3,0).

ii) Si g(-1) = -3 y g(0) = 1 entonces f tiene una raíz en el intervalo (-1,0).

4) i) Graficar las siguientes funciones e indicar intervalos donde son continuas

$f : f(x) = \begin{cases} |x| & si \quad x<1 \\ L(x) & si \quad x\geq 1 \end{cases}$ $g : g(x) = \begin{cases} x^2-4 & si \quad x\leq -1 \\ x+1 & si \quad -1<x<0 \\ e^x & si \quad x\geq 0 \end{cases}$

ii) En base al gráfico de g, revise sus respuestas del ejercicio anterior…

5) i) Sea f:f(x) = $2x^3 - 4x^2 - 2x + 3$. Probar que tiene una raíz en el intervalo [0,3].

ii) Sea g:g(x) = L|x| + x. Mostrar que tiene una raíz positiva.

6) Calcular aplicando la definición de derivada:

a) $f'(1)$ para $f : f(x) = x^2-3x+2$ b) $g'(2)$ para $g : g(x) = e^{2x}$ c) $h'(2)$ para $h(x) = L(x+2)$

7) Sea $f : f(x) = \begin{cases} x^2+1 \Leftrightarrow x\geq 1 \\ x+1 \Leftrightarrow x<1 \end{cases}$ a)¿Es f continua en $x=1$? b)¿Es f derivable en $x=1$? Justificar

8) a) Ídem 7 con $g : g(x) = \begin{cases} 2x^2 & si \quad x<0 \\ L(x+1) & si \quad x\geq 0 \end{cases}$ en x = 0 b) Graficar g.

9) Utilizando la definición de derivada, deduzca la función derivada de las siguientes funciones:

$f(x) = 3x-5$ $f(x) = 2x^2-5$ $f(x) = e^{3x}$ $f(x) = L(x+1)$

10) Halle $f'(x)$ en cada uno de los siguientes casos:

$f(x) = 2x+3$ $f(x) = 3x^2-5x$ $f(x) = \left(-x^4+3x\right)\left(x+3\right)$

$f(x) = \dfrac{x^2+5x}{3x-1}$ $f(x) = \dfrac{4x^2-5x+1}{2x^2-x}$ $f(x) = \dfrac{3x^4-5x^2-x}{3x^2+5x-1}$

$f(x) = \dfrac{e^x}{x}$ $f(x) = L\left(\dfrac{x+3}{2x}\right)$ $f(x) = \left(3x^2-4x+7\right)^2$

$f(x) = L\left|\dfrac{x^2+3}{x}\right|$ $f(x) = L\left|\dfrac{x^2-1}{x^2+2x}\right|$ $f(x) = 5e^{x^2-3x}$

TABLA DE DERIVADAS

$f(x)$	$f'(x)$
k	0
x	1
$mx+n$	m
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
$L(x)$	$1/x \quad x>0$
$L\,\lvert x\rvert$	$1/x \quad x\neq 0$
$k.\,u$	$k.\,u'$
$u \pm v$	$u' \pm v'$
$u.v$	$u'v+uv'$
$\dfrac{u}{v}$	$\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$
$u(v)$	$u'(v)\,.\,v'$
e^u	$e^u.u'$
$L(u)$	$\dfrac{u'}{u}$
$L\,\lvert u\rvert$	$\dfrac{u'}{u}$
$L\left\lvert\dfrac{u}{v}\right\rvert$	$\dfrac{u'v-uv'}{uv}$
k es un número real. u y v son funciones.	

11) a) Hallar la ecuación de la tangente al gráfico de la función $f(x)=x^2-3x+2$ en el punto $(1, f(1))$.

b) Hallar la ecuación de la tangente al gráfico de la función $g(x)=e^{-x+2}$ en el punto $(2, g(2))$.

12) Sea $f:\ f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-1$.

i) Hallar las ecuaciones de tangentes al grafico de f que sean horizontales.

ii) IDEM , paralelas a la recta de ecuación : $y=3x+1$.

13) Deducir intervalos de crecimiento de las siguientes funciones:

i) $f: f(x)=x^2-2x+1$ ii) $f: f(x)=\dfrac{x^2-2}{x+3}$ iii) $f(x)=\dfrac{x-2}{x^2-1}$

iv) $f: f(x)=e^{\frac{1}{3x+3}}$ v) $f: f(x)=e^{\frac{x-1}{x}}$ vi) $f: f(x)=L\left|x^2-2\right|$

vii) $f(x)=L\left(x^2+3x+4\right)$ viii) $f: f(x)=L\left|\dfrac{x}{x^2-1}\right|$

ix) $f: f(x)=e^{2x}(x^2+x)$ x) $f(x)=L\left|\dfrac{x+3}{2x}\right|-x$

xi) $f(x)=L\left|\dfrac{3-x}{2x-4}\right|-2x+4$

14) Deducir el gráfico de la función f sabiendo que:

$$\text{sg(f)}\ \underset{\quad -2 \qquad 0 \qquad 3}{\overline{++\ 0\ --\ \nexists\ +++0--}} \qquad \text{sg(f')}\ \underset{\quad -1 \qquad 0 \quad 1 \quad 2}{\overline{---0++\ \nexists\ --0++0--}}$$

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=0$ $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=-4$ $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=+\infty$

15) Ídem

$$\text{sg(f)}\ \underset{\quad -3 \qquad 0 \qquad 1}{\overline{++\ 0\ ++\ \nexists\nexists\nexists 0++}} \qquad \text{sg(f')}\ \underset{\quad -3 \qquad 0 \quad 1}{\overline{--\ 0++\ \nexists\nexists\nexists\ ++}}$$

f(3)=3 f '(3) = ½ $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=-\infty$

16) Deducir dominio, límites laterales en puntos de discontinuidad, límites infinitos, intervalos de crecimiento y realizar un posible gráfico de cada una de las siguientes funciones f tal que:

$a)\ f(x)=\dfrac{-x}{2x+7}$ $b)\ f(x)=\dfrac{3x+4}{2x^2-50}$ $c)\ f(x)=\dfrac{2x+2}{2x+3}$

$d)\ f(x)=\dfrac{x^2-16}{x+5}$ $e)\ f(x)=e^{-x+4}$ $f)\ f(x)=e^{\frac{2}{x+4}}$

$g)\ f(x)=L\left|\dfrac{x^2}{x-3}\right|$ $h)\ f(x)=(x+1).e^{\frac{2}{x+4}}$ $i)\ f(x)=\left(x^2-3x+1\right).e^{3-x}$

$j)\ f(x)=\dfrac{2x+2}{2x+3}+L\left|2x+3\right|$