

Práctico N° 8 de Matemática I - 6° A1 Liceo N° 3 – Prof. Marcelo Valenzuela

1) Estudiar la continuidad de las siguientes funciones en los puntos que se indican.

$$a) f : f(x) = \begin{cases} x+1 & \Leftrightarrow x \leq 1 \\ 2 & \Leftrightarrow x > 1 \end{cases} \text{ en } x=0 \text{ y en } x=1 \quad b) f : f(x) = \begin{cases} 1-2x & \Leftrightarrow x \geq 2 \\ -x & \Leftrightarrow x < 2 \end{cases} \text{ en } x=2$$

2) Hallar a , para que las funciones sean continuas en \mathfrak{R} .

$$f_1(x) = \begin{cases} a(x+1) & \text{si } x > 0 \\ ax^2 + 5x + 3 & \text{si } x \leq 0 \end{cases} \quad f_2(x) = \begin{cases} x+a & \text{si } x=4 \\ \frac{x^2-16}{x-4} & \text{si } x \neq 4 \end{cases} \quad f_3(x) = \begin{cases} \frac{Lx}{1-x} & \text{si } x > 1 \\ ax^2 - 3 & \text{si } x \leq 1 \end{cases}$$

3) Indique si las siguientes deducciones son correctas:

- i) Si $g(-3)$ y $g(0)$ son positivas entonces f no tiene raíces en el intervalo $(-3,0)$.
- ii) Si $g(-1) = -3$ y $g(0) = 1$ entonces f tiene una raíz en el intervalo $(-1,0)$.

4) i) Graficar las siguientes funciones e indicar intervalos donde son continuas

$$f : f(x) = \begin{cases} |x| & \text{si } x < 1 \\ L(x) & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \quad g : g(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x \leq -1 \\ x+1 & \text{si } -1 < x < 0 \\ e^x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

ii) En base al gráfico de g , revise sus respuestas del ejercicio anterior...

5) i) Sea $f: f(x) = 2x^3 - 4x^2 - 2x + 3$. Probar que tiene una raíz en el intervalo $[0,3]$.

ii) Sea $g: g(x) = L|x| + x$. Mostrar que tiene una raíz positiva.

6) Calcular aplicando la definición de derivada:

$$a) f'(1) \text{ para } f : f(x) = x^2 - 3x + 2 \quad b) g'(2) \text{ para } g : g(x) = e^{2x} \quad c) h'(2) \text{ para } h(x) = L(x+2)$$

7) Sea $f : f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \Leftrightarrow x \geq 1 \\ x+1 & \Leftrightarrow x < 1 \end{cases}$ a) ¿Es f continua en $x=1$? b) ¿Es f derivable en $x=1$? Justificar

8) a) Ídem 7 con $g : g(x) = \begin{cases} 2x^2 & \text{si } x < 0 \\ L(x+1) & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ en $x=0$ b) Graficar g .

9) Utilizando la definición de derivada, deduzca la función derivada de las siguientes funciones:

$$f(x) = 3x - 5 \quad f(x) = 2x^2 - 5 \quad f(x) = e^{3x} \quad f(x) = L(x+1)$$

10) Halle $f'(x)$ en cada uno de los siguientes casos:

$$\begin{array}{lll} f(x) = 2x + 3 & f(x) = 3x^2 - 5x & f(x) = (-x^4 + 3x)(x+3) \\ f(x) = \frac{x^2 + 5x}{3x - 1} & f(x) = \frac{4x^2 - 5x + 1}{2x^2 - x} & f(x) = \frac{3x^4 - 5x^2 - x}{3x^2 + 5x - 1} \\ f(x) = \frac{e^x}{x} & f(x) = L\left(\frac{x+3}{2x}\right) & f(x) = (3x^2 - 4x + 7)^2 \\ f(x) = L\left|\frac{x^2 + 3}{x}\right| & f(x) = L\left|\frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x}\right| & f(x) = 5e^{x^2 - 3x} \end{array}$$

TABLA DE DERIVADAS

$f(x)$	$f'(x)$
k	0
x	1
$mx+n$	m
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
$L(x)$	$1/x \quad x>0$
$L x $	$1/x \quad x\neq 0$
$k \cdot u$	$k \cdot u'$
$u \pm v$	$u' \pm v'$
$u \cdot v$	$u'v + uv'$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$
$u(v)$	$u'(v) \cdot v'$
e^u	$e^u \cdot u'$
$L(u)$	$\frac{u'}{u}$
$L u $	$\frac{u'}{u}$
$L\left \frac{u}{v}\right $	$\frac{u'v - uv'}{uv}$
k es un número real. u y v son funciones.	

11) a) Hallar la ecuación de la tangente al gráfico de la función $f(x) = x^2 - 3x + 2$ en el punto $(1, f(1))$.

b) Hallar la ecuación de la tangente al gráfico de la función $g(x) = e^{-x+2}$ en el punto $(2, g(2))$.

12) Sea $f : f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$.

i) Hallar las ecuaciones de tangentes al gráfico de f que sean horizontales.

ii) IDEM, paralelas a la recta de ecuación: $y = 3x + 1$.

13) Deducir intervalos de crecimiento de las siguientes funciones:

i) $f : f(x) = x^2 - 2x + 1$ ii) $f : f(x) = \frac{x^2 - 2}{x + 3}$ iii) $f(x) = \frac{x - 2}{x^2 - 1}$

iv) $f : f(x) = e^{\frac{1}{3x+3}}$ v) $f : f(x) = e^{\frac{x-1}{x}}$ vi) $f : f(x) = L|x^2 - 2|$

vii) $f(x) = L(x^2 + 3x + 4)$ viii) $f : f(x) = L\left|\frac{x}{x^2 - 1}\right|$

ix) $f : f(x) = e^{2x(x^2 + x)}$ x) $f(x) = L\left|\frac{x+3}{2x}\right| - x$

xi) $f(x) = L\left|\frac{3-x}{2x-4}\right| - 2x + 4$

14) Deducir el gráfico de la función f sabiendo que:

$sg(f) \frac{++ \ 0 \ -- \ \cancel{+} \ ++ \ 0 \ --}{-2 \ \ 0 \ \ 3} \quad sg(f') \frac{--- \ 0 \ ++ \ \cancel{-} \ -- \ 0 \ ++ \ 0 \ --}{-1 \ \ 0 \ \ 1 \ \ 2}$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -4 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

15) Ídem

$sg(f) \frac{++ \ 0 \ ++ \ \cancel{-} \ \cancel{-} \ \cancel{-} \ 0 \ ++}{-3 \ \ 0 \ \ 1} \quad sg(f') \frac{-- \ 0 \ ++ \ \cancel{-} \ \cancel{-} \ \cancel{-} \ ++}{-3 \ \ 0 \ \ 1}$

$f(3)=3 \quad f'(3) = \frac{1}{2} \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

16) Deducir dominio, límites laterales en puntos de discontinuidad, límites infinitos, intervalos de crecimiento y realizar un posible gráfico de cada una de las siguientes funciones f tal que:

a) $f(x) = \frac{-x}{2x+7}$

b) $f(x) = \frac{3x+4}{2x^2-50}$

c) $f(x) = \frac{2x+2}{2x+3}$

d) $f(x) = \frac{x^2-16}{x+5}$

e) $f(x) = e^{-x+4}$

f) $f(x) = e^{\frac{2}{x+4}}$

g) $f(x) = L\left|\frac{x^2}{x-3}\right|$

h) $f(x) = (x+1) \cdot e^{\frac{2}{x+4}}$

i) $f(x) = (x^2 - 3x + 1) \cdot e^{3-x}$

j) $f(x) = \frac{2x+2}{2x+3} + L|2x+3|$