

Práctico N° 2

1. Sean a y b dos números reales, pruebe que si $ac=bc \wedge c \neq 0 \Rightarrow a = b$
2. Pruebe justificando los pasos que:
 - a) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (adminta $a^2 = a \cdot a$)
 - b) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
3. Resolver en \mathbb{R} utilizando el axioma de cuerpo o propiedades derivadas, justificando cada paso:
 - a) $2x + 6 = 0$
 - b) $2x + 6 + x^3 = x^3$
 - c) $x + 5 = -3x + 4$
 - d) $(x+3)(x-8) = 0$
 - e) $x^3 - 4x^2 = 0$
4. Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones.
 - a. Si $x < y \Rightarrow x + z < y + z \forall x, y, z$ reales.
 - b. Si $x < y \Rightarrow x \cdot z < y \cdot z \forall x, y, z$ reales.
 - c. $\exists z \in \mathfrak{R}$, tal que $\forall x, y$ reales $x < y \Rightarrow x \cdot z \geq y \cdot z$
 - d. $\forall z \in \mathfrak{R}, z \neq 0, \Rightarrow z^2 > 0$
 - e. Si $a < b \Rightarrow a^2 < b^2$
 - f. Si a y b son dos reales positivos:

$$a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$$
 - g. $(a, b \in \mathbb{R}^+; a < b) \Leftrightarrow a^2 < b^2$
5. Demostrar que:
 - a) $a < b \Leftrightarrow a + c < b + c \quad \forall a, b, c \in \mathbb{R}$
 - b) $(a \leq b \wedge b < c) \Rightarrow a < c \quad \forall a, b, c \in \mathbb{R}$
 - c) $(0 < a < b \wedge 0 < c < d) \Rightarrow ac < bd \quad \forall a, b, c, d \in \mathbb{R}$ (sug: Utilizar la propiedad anterior)
 - d) $\forall a, b \in \mathfrak{R}, a < b \Rightarrow a < \frac{a+b}{2} < b$
 - e) $x^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$
 - f) $x^2 + 1 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$
6. Resolver en \mathbb{R} :

$x + 12 < 3$	$-x + 5 < 2$	$-2x - 3 \leq 5x + 2$
$\frac{x}{2} - \frac{x+1}{3} = \frac{1}{6}$	$-3 < x + 4 < 5$	$-1 < \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} < 1$
7. Sea la inecuación $x + b < 6$. Indique cuáles de las siguientes inecuaciones tienen el mismo conjunto solución, indicando propiedades siempre que sea posible.

$x + b + 10 < 16$	$2x + 2b < 6$	$-x - b < -6$
$-3x - 3b > -18$	$(x+b)(x) < 6x$	$(x+b)(x^2 + 1) < 6(x^2 + 1)$