

Práctico N° 11

- 1) Sea $P(x)$ un polinomio de grado n . Demuestre que $P(x)$ no puede tener más de n raíces distintas.
(Sugerencia: Suponga que tiene n raíces distintas, escriba su descomposición factorial, y demuestre que cualquier otro número no puede ser raíz.)
- 2) Demuestre que si un polinomio $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ tiene más de n raíces, entonces $P(x) = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$
- 3) Utilizando el teorema anterior, demuestre que si dos polinomios de los cuales el mayor grado es n , tienen igual valor numérico para $n + 1$ valores distintos, entonces ellos son idénticos.
- 4) Dados $P(x) = x^4 + x^3 + 12x^2 - 3x + 1$ y $Q(x) = 7x^3 + x^2 + 3x + 1$.
 - a) Verificar que $P(0) = Q(0)$, $P(1) = Q(1)$, $P(2) = Q(2)$ y $P(3) = Q(3)$.
 - b) ¿Existe otro real "a" (distinto de 0, 1, 2 y 3) para el cual $P(a) = Q(a)$? Justifique.
- 5) Dado $P(x) = 3x^2 - 12x + t$. Hallar t para que:
 - a) $P(x)$ tenga una única raíz.
 - b) $P(x)$ tenga dos raíces α y β , que cumplan $\alpha \cdot \beta = 1$
 - c) $P(x)$ tenga dos raíces α y β , que cumplan $\alpha^2 + \beta^2 = 38/3$
- 6) Deduzca las relaciones entre los coeficientes y sus raíces de un polinomio de grado 3 que tiene 3 raíces α, β y γ .
- 7) Hallar raíz independiente del parámetro de las siguientes familias de polinomios:
 - a) $P_m(x) = mx^3 + (m^2 - 2m)x^2 + (2 - 2m - m^2)x - 6m^2 - 3m - 6$
 - b) $P_m(x) = mx^3 + (2m^2 - 5m + 1)x^2 - 4mx - 8m^2 + 20m - 4$
 - c) $P_m(x) = (2m + 1)x^3 + (11m + 4)x^2 + (13m + 1)x + 4m + 4$
- 8) a) Hallar R.I.P. de $P_m(x) = (3m - 1)x^3 - (10m + 6)x^2 + (4m + 27)x - 3m$
 - b) Para $m = 2$, escribir D.F. de $P_2(x)$.
 - c) ¿Cuánto debe valer m para que el polinomio admita como raíz a 0? En dicho caso escribir D.F.
- 9) Sea $P(x) = -x^3 + 5x^2 - ax + 6a$.
 - a) Hallar a si una de las raíces de $P(x)$ es igual a la raíz independiente del parámetro de:
 $A(x) = 3x^3 + (m + 2)x^2 - (19 - 3m)x + 6$
 - b) Con a hallado, escribir la D.F. de $P(x)$, estudiar signo y resolver $P(x) \leq 0$.
- 10) Sea $P(x) = x^3 - (2h + 3)x^2 + (h^2 + 8h - 10)x - 5h^2 + 10h$
 - a) Hallar la raíz independiente del parámetro h .
 - b) Calcular los valores de h que verifiquen $\alpha \cdot \beta = \alpha + \beta + 2$; siendo α y β las raíces dependientes del parámetro h .
- 11) Sea $P(x) = 2x^3 - x^2 - 8x + m$. Hallar $m \in \mathbb{R}$ y resolver $P(x) = 0$; para que:
 - a) $P(x)$ tenga dos raíces opuestas.
 - b) $P(x)$ tenga dos raíces inversas.
- 12) Dado $P(x) = 9x^4 - 12x^3 - 2x^2 + 4x + 1$. Hallar las raíces de $P(x)$ α, β, γ , y δ ; para que se cumpla:
 $\alpha\beta = 1/9$ y $\gamma + \delta = 2$.
- 13) Dado $P(x) = x^4 - 7x^3 + ax^2 + bx + 180$
 - a) Hallar a y b para que las raíces α, β, γ , y δ de $P(x)$ verifiquen:
 $\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta = 91$ y $\gamma + \delta = -4$.
 - b) Resolver $P(x) = 0$.

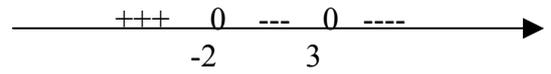
14) a) Investiga si el estudio de signo corresponde a:

$$f(x) = -4x^3 + 16x^2 + 12x - 72$$

$$g(x) = (-x^2 + 6x - 9)(x+3)$$

$$h(x) = -4x^2 + 4x + 24$$

$$p(x) = (6-2x)(x^2 - x - 6)$$

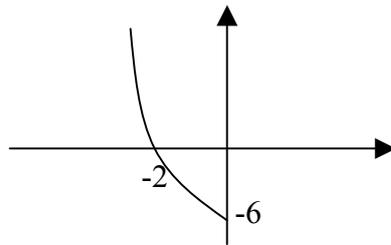


b) Escribir la D.F. y estudio de signo de los que no corresponden.

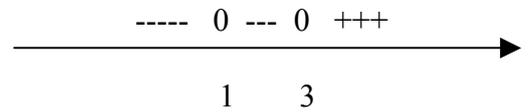
15) De una función polinómica $t(x)$ de 4° grado, se sabe que:

si $x > 0$ su estudio de signo es

si $x \leq 0$ su gráfico es



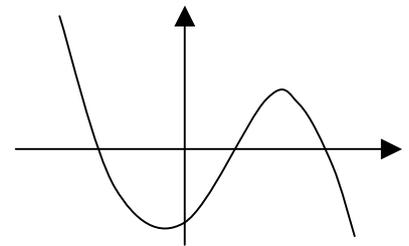
Determinar $t(x)$.



16) a) Complete el bosquejo del gráfico de un polinomio de grado 3, conociendo los siguientes datos:

$f(x)$ es divisible entre $(x - \alpha)$ y entre $(x - 4)$ con $0 < \alpha < 4$
 Su término independiente es -12
 $f(x)$ admite raíz -3 .

$$f(x) \begin{array}{l} \overline{) x - 2} \\ \underline{q(x)} \\ 30 \end{array}$$



b) Hallar $f(x)$ y estudiar su signo

17) Dado $A(x) = (m+1)x^2 + (2m-2)x + 4 - m$

i) Hallar los valores del parámetro m para que $A(x)$ sea siempre positivo.

ii) Hallar los valores del parámetro m para que $A(x)$ tenga dos raíces reales, distintas y positivas.

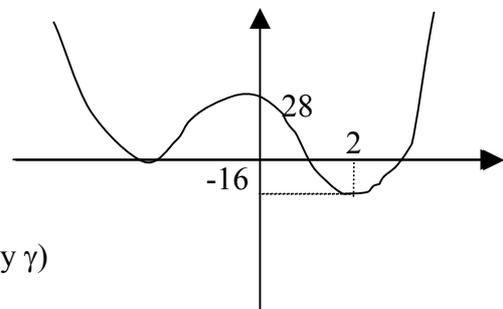
18) Sea $f_m(x) = x^3 + (7-3m)x^2 + (2m^2-17m+10)x + 10m^2-10m$

a) Hallar la(s) R.I.P.

b) Probar que las raíces dependientes de son reales $\forall m \in \mathbb{R}$.

c) Escribir la descomposición factorial de f_2 ($m=2$).

19) Dada el siguiente gráfico de la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:



a) Deducir el recorrido de f .

b) Deducir el signo de f . (dependiendo de las raíces α , β y γ)

c) Resolver $f(x) \geq 0$ (dependiendo de las raíces α , β y γ)

d) Sabiendo ahora que $f(x)$ es divisible entre (x^2+x-2) hallar $f(x)$.

Nota: Las partes a, b y c deben resolverse independientemente del dato agregado en la parte d.