

Práctico N° 2

1. Investiga si los siguientes conjuntos están acotados, y en tal caso, indicar el conjunto de las cotas (superiores e inferiores). Indicar extremos y máximos o mínimos si existen.

$$A = \{x \in \mathbb{R} / 2x + 3 \leq 6\} \quad B = \{x \in \mathbb{R} / x^2 + x > 2\} \quad C = \{x \in \mathbb{R} / \frac{2x+1}{x+2} < 1\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} / 2x < 6\} \quad E = \{x \in \mathbb{Z} / 2x^2 + 3 < 1\} \quad F = \{x \in \mathbb{R} / \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x + 6} < 3\}$$

$$G = \{x \in \mathbb{R} / \left| \frac{2x+4}{-x} \right| < 3x+1\} \quad H = \{x \in \mathbb{R} / \sqrt{2x+1} < |3x-1|\}$$

2. Investigar si los siguientes conjuntos están acotados. Indicar si existen extremos, máximos y mínimos.

$$N \quad Q \quad A = \{3n+1, n \in \mathbb{N}\} \quad B = \{1/n; n \in \mathbb{N}^*\} \quad C = \left\{ \frac{1}{3n} + 1; n \in \mathbb{N}^* \right\}$$

$$D = \left\{ \frac{3n+1}{3n}; n \in \mathbb{N}^* \right\} \quad E = \{(-1)^n; n \in \mathbb{N}\} \quad F = \left\{ \frac{(-1)^n}{n}; n \in \mathbb{N}^* \right\}$$

$$G = \{0; 0,9; 0,99; 0,999; 0,9999; \dots; 0,999999\dots\} \quad H = \left\{ (-1)^n \left(\frac{n-4}{n} \right); n \in \mathbb{N}^* \right\}$$

$$I = \left\{ \frac{1}{2^n}; n \in \mathbb{N} \right\} \quad J = \{L(n); n \in \mathbb{N}^*\}$$

3. **Demostrar** que $\forall x \in \mathbb{R}, x > 0$; existe un natural n , tal que $1/n < x$.
(Sug: Utilice convenientemente la propiedad de Arquímedes)

4. a) Demostrar cualquier número positivo, no puede ser cota inferior del conjunto $\{1/n; n \in \mathbb{N}^*\}$

- b) Demostrar cualquier número mayor que 1, no puede ser cota inferior del conjunto $\left\{ \frac{n+1}{n}; n \in \mathbb{N}^* \right\}$

5. ¿Verdadero o Falso?

- El conjunto vacío carece de máximo.
- Todo conjunto no vacío tiene un mínimo.
- Todo conjunto finito no vacío tienen un mínimo.
- El intervalo $(0, +\infty)$ carece de mínimo.
- 2 es una cota superior de $[0,2]$.

6. ¿Verdadero o Falso? Justifique.

Nota: Cuando se haga referencia, A es un conjunto de números reales **NO VACÍO**.

- Todo número menor que el extremo superior de A, pertenece a A.
- Todo número menor que el extremo inferior de A, es cota inferior de A.
- Todo número menor que el extremo inferior de A, no pertenece a A.
- Todo número menor que todas las cotas superiores de A, es un elemento de A
- Todo conjunto "A" de racionales que esté acotado tiene extremo superior.
- Todo conjunto "A" de racionales que esté acotado tiene extremo superior que es un número racional.
- Si A está acotado, A tiene máximo y mínimo.

7. Dados dos subconjuntos acotados, no vacíos de \mathbb{R} , y sea $C = \{x \in \mathbb{R} : x = a+b, a \in A \text{ y } b \in B\}$

- a) Demostrar que para todo $x \in C \Rightarrow x \leq \text{ext}A + \text{ext}B$. ¿Esto qué implica de $\text{ext}A + \text{ext}B$?
- b) Demuestre que el extremo superior de C no puede ser menor que $\text{ext}A + \text{ext}B$.
- c) ¿Qué concluye acerca del extremo superior de C?