

Práctico N° 3

Nota: "e" es un número irracional que será definido en el curso teórico. Acepte que $2 < e < 3$, y que la base de los logaritmos mencionados es el mismo número e.

1) Estudiar dominio, ceros y signos, de las siguientes funciones:

$$1) f : f(x) = \frac{1}{x^2}$$

$$6) f : f(x) = \frac{-3x^2 - 3x + 18}{|x^2 - x - 3|}$$

$$2) f : f(x) = \frac{-3}{x^3}$$

$$7) f : f(x) = \sqrt{x+3}$$

$$3) f : f(x) = \frac{5x}{2x-8}$$

$$8) f : f(x) = \sqrt{x^2}$$

$$4) f : f(x) = -\frac{(x-2)^2}{x+2}$$

$$9) f : f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 25}$$

$$5) f : f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{(x-3)(x+9)}$$

$$10) f : f(x) = \sqrt{x^2 - 9} - x$$

2) Estudiar dominio de las siguientes funciones:

$$i) f(x) = L(x) \quad ii) f(x) = L(x^2 - 1) + \frac{25}{x} \quad iii) f(x) = L|x| \cdot \frac{x-1}{x+2} \quad iv) f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x}$$

$$v) f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2 - 2x + 1} \quad vi) f(x) = x\sqrt{x^2 - 2} \quad vii) f(x) = e^{\frac{x+3}{x-3}} \quad viii) f(x) = e^{Ln(x+1)}$$

$$ix) f(x) = Ln\left(\frac{x+1}{2x-3}\right) \quad x) f(x) = L(\sqrt{x+1}) \quad xi) f(x) = L\left|\frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt{x+2}}\right|$$

$$xii) f(x) = L\left(\frac{3x^2 - 4x + 1}{-x^2 + x + 6}\right) \quad xiii) f(x) = \left(e^{\frac{2x}{\sqrt{x}}}\right)\sqrt{x^2 + 9}$$

3) Estudiar el signo de las funciones del ejercicio anterior, (salvo "ii" y "xi")

4) Graficar las siguientes funciones ($f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$)

a) $f(x) = 5$

d) $f(x) = |x|$

g) $f(x) = |Ln(x)|$

b) $f(x) = 3x - 8$

e) $f(x) = |3x - 8|$

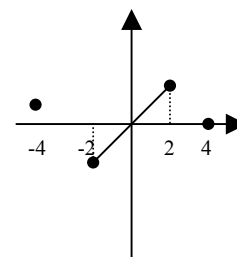
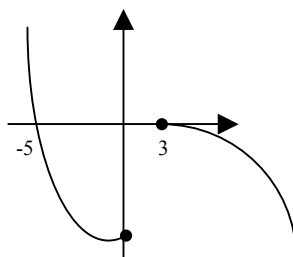
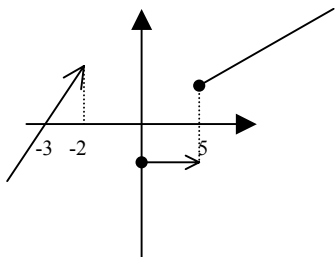
h) $f(x) = |Ln|x||$

c) $f(x) = 2x^2 - 3x + 2$

f) $f(x) = |2x^2 - 3x + 2|$

i) $f(x) = |\text{sen}(x)|$

5) Deduzca dominio ceros y signos a partir de la gráfica:



6) Resuelva las siguientes ecuaciones:

a) $2^x \cdot 2^2 = 2^{2x+1}$

e) $2^x = \frac{1}{8}$

b) $\frac{2^{2x+1}}{2^x} = 32$

f) $2^{x^2-3} = \frac{1}{8}$

c) $(2^x)^2 = 65536$

g) $2^x + 2^{x+2} = \frac{10}{8}$

d) $2^x + 2^{x+1} = 192$

h) $\sqrt[3]{2^x} \cdot \sqrt[3]{2^{x+1}} = 1$

7) Resolver:

a) $e^{2x} - 5e^x + 4 = 0$

e) $e^x < e^{-x+3}$

b) $e^{2x} + e^x - 2 = 0$

f) $e^{x^2} \geq e$

c) $e^x - 2e^{-x} = 1$

g) $e^{-x+1} < 1$

d) $e^{2x+1} - \sqrt{e^{2x+2}} - 2e^3 = 0$

h) $e^x \geq 3$

8) Resolver las siguientes inecuaciones

a) $\text{Ln}(x-1) < \text{Ln}(3x-4)$

b) $\text{Ln}(x^2-1) \geq \text{Ln}8$

c) $\text{Ln}(x^2-1) < \text{Ln}(3x-1)$

d) $\text{Ln}24 + \text{Ln}(3-x) < \text{Ln}(x+1) + \text{Ln}(25x-49)$

9) Resuelve en \mathfrak{R} las siguientes ecuaciones:

a) $\text{Ln}^2(x) - \text{Ln}(x) - 42 = 0$

b) $\text{Ln}^2(x) - \frac{42}{\text{Ln}^2(x)} = 1$

10) Dadas las siguientes definiciones:

Punto interior de un conjunto:

Dado un conjunto $A \subseteq \mathbb{R}$, decimos que a pertenece al interior de A si y sólo si, existe un entorno de centro a incluido en A .

Conjunto Abierto:

Un conjunto de reales es abierto si y sólo si todos sus puntos son interiores.

Conjunto Cerrado:

Un conjunto $A \subseteq \mathbb{R}$ es cerrado si y solo sí, $(\mathbb{R} - A)$ es abierto.

Ejercicio:

Demuestre que $(2, 3]$ NO es abierto.

Demuestre que $(2, 3)$ es abierto. ¿Qué puede afirmar acerca de $(-\infty, 2] \cup [3, +\infty)$?

¿ \mathbb{R} es abierto? ¿es cerrado?

Punto de acumulación:

Sea $A \subseteq \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}$ es punto de acumulación de $A \Leftrightarrow \forall E_x$ se cumple que $(E_x^* \cap A) \neq \emptyset$

Ejercicio:

Sea $A = \{1/n; n \in \mathbb{N}^*\}$. Investigue la existencia de puntos de acumulación de A .

¿los puntos de acumulación deben pertenecer a A ?

¿los puntos de acumulación deben NO pertenecer a A ?