6º Ingeniería 1 y 2 - Matemática "A"– Liceo Nº 3 – Nocturno

Profs.: Marcelo Valenzuela – Patricia Camargo

Práctico Nº 4

1. Escribir los primeros 3 términos de las siguientes sucesiones:

   $(a_n): a_n = 3n \quad (n \in \mathbb{N})$ $\qquad (b_n): b_n = \dfrac{2n-1}{5n} \quad (n \in \mathbb{N}^*)$

   $(c_n): c_n = 5.n! \quad (n \in \mathbb{N})$ $\qquad (d_n): d_n = \begin{cases} 3 & si\; n=0 \\ \dfrac{1}{n} & si\; n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

   $(f_n): f_n = \begin{cases} 3 & si\; n=0 \\ f_{n-1} - 1 & si\; n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ $\qquad (g_n): g_n = \begin{cases} 1 & si\; n=0 \\ n.g_{n-1} & si\; n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

   $(h_n): h_n = \begin{cases} 1 & si\; n=0 \\ -h_{n-1} & si\; n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

2. Encontrar una fórmula directa para: f_n , g_n y h_n y probarla por Inducción Completa.

3. Enuncie la definición de límite (finito) de sucesiones y de un enunciado equivalente utilizando entornos.

4. Según la definición de límite encontrar un $n_0 \in \mathbb{N}$ para que los elementos de las sucesiones estén a menos de épsilon de distancia de su límite ($\forall\, n \in \mathbb{N}\, ;\, n \geq n$); con épsilon dado en cada caso:

   a) $\lim \dfrac{6}{n} = 0 \quad (\epsilon = 0{,}01)$ $\qquad$ b) $\lim \dfrac{1-2n}{1+n} = -2 \quad (\epsilon = 0{,}1)$

   c) $\lim \dfrac{1-2n}{1+n} = -2 \quad (\epsilon = 0{,}0001)$ $\qquad$ d) $\lim \dfrac{n^2+n+1}{3n^2+2} = \dfrac{1}{3} \quad (\epsilon = 0{,}01)$

5. Verificar utilizando la definición de límite:

   Si $a_n = \dfrac{2}{n}$ entonces $(a_n) \to 0$

   Si $a_n = \dfrac{1}{\sqrt{n}}$ entonces $(a_n) \to 0$

   Si $a_n = \dfrac{2n+5}{n}$ entonces $(a_n) \to 2$

   Si $a_n = \dfrac{sen(n)}{n}$ entonces $(a_n) \to 0$ $\qquad (Sug: sen(n) \leq 1\; \forall\, n \in \mathbb{N})$

   Si $a_n = \dfrac{n+(-1)^n}{n}$ entonces $(a_n) \to 1$

   Si $a_n = \dfrac{\cos^2(n)+n^2}{2n^2}$ entonces $(a_n) \to \dfrac{1}{2}$

   Si $a_n = 2n$ entonces $(a_n) \to +\infty$

   Si $a_n = \dfrac{2n^2-5}{n}$ entonces $(a_n) \to +\infty$ $\qquad \left(Sug: \dfrac{5}{n} < 1 \quad \forall\, n \in \mathbb{N}, n > 5\right)$

6. Dadas las siguientes sucesiones estudiar monotonía y acotación:

$$a_n=(-1)^n \qquad b_n=(-1)^{2n}+n \qquad c_n=(-1)^n+3n$$

$$d_n=(-1)^{2n}+n \qquad e_n=\frac{n}{3^n}$$

7. Usando el teorema de la sucesión comprendida (y límites probados) deducir límites de:

$$a_n=\frac{n+1}{2n^2}$$

$$a_n=\sqrt{n+1}-\sqrt{n} \qquad \left(Sug.: \quad \sqrt{a}-\sqrt{b}=\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)$$

$$a_n=\frac{n}{3^n} \qquad (Admita: \quad n^2<3^n \quad \forall\, n\in\mathbb{N})$$

8. Pruebe que los siguientes son PSMC

i) $a_n=\frac{-1}{n} \qquad b_n=\frac{5}{n}$

ii) $a_n=\frac{n-1}{3n} \qquad b_n=\frac{n+1}{3n}$

iii) $a_n=\frac{-1}{n} \qquad b_n=\frac{5}{n}$

9. Sean las sucesiones:

$$a_{n+1}=a_n+\frac{1}{2^n} \quad \text{con} \quad a_0=1$$

$$b_{n+1}=b_n-\frac{1}{2^n} \quad \text{con} \quad b_0=3$$

i) Verificar que son monótonas.

ii) Deducir una fórmula para a_{n+1} y b_{n+1}

iii)Probar que son PSMC

Puede ser útil:

Sea $S=q^1+q^2+...+q^n$ entonces:

$q.S= \quad q^2+q^3+...+q^n+q^{n+1}$

Restando ambas igualdades:

$(q-1)S=q^{n+1}-q^1$ de donde $S=\frac{q^{n+1}-q^1}{q-1}$