Práctico Nº 6

1) Suponga que $x_n < y_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$ y que (x_n) e (y_n) convergen ¿Es necesariamente $\lim x_n < \lim y_n$? ¿Puede ser $\lim x_n > \lim y_n$?

2) Probar que las siguientes sucesiones son equivalentes:

$$n^2+3n \sim n^2 \qquad \frac{3n^2-2n}{n+1} \sim 3n$$

$$\sqrt{n^2+3n} \sim n \qquad \sqrt{(-n)^2+3(-n)} \sim n$$

$$\sqrt{(1/n)^2+3(1/n)} \sim \sqrt{\frac{3}{n}} \qquad \left(n^3+5n+1\right)^2 \sim \left(n^3\right)^2$$

$$L(n^2)+3 \sim 2L(n)$$

$$\left((x_n)^2+31(x_n)+154\right)^3 \sim \left((x_n)^2\right)^3 \quad \text{si} \quad (x_n) \to \pm\infty$$

3) ¿Son equivalentes las siguientes sucesiones? Demostrar su afirmación.

$\left(L(n^2+3n)\right)$ y $\left(L(n^2)\right)$

$\left(L(5n^2+3n)\right)$ y $\left(2L(n)\right)$

$\left(e^{2n+1}\right)$ y $\left(e^{2n}\right)$

$\left((-1)^n n\right)$ y (n)

4) Calcular los siguientes límites de:

$$\left(\frac{\sqrt{n^2+3n}}{\sqrt{n^2+1}}\right) \qquad \left(\frac{n!}{2n+3}\right) \qquad \left(\frac{\cos(n\pi)}{n}\right)$$

$$\left(\frac{(n+3)^{23}-n^{15}+4}{n^{22}}\right) \qquad \left(\sqrt{n^2+3n}-\sqrt{n^2+1}\right) \qquad \left(\sqrt{3+2n}-\sqrt{2n}\right)$$

5) Calcular los siguientes límites (suponemos que si $(x_n) \to a \Rightarrow x_n \neq a$)

$$\lim_{(x_n)\to 1}\left(\frac{x_n-1}{x_n^2-1}\right) \qquad \lim_{(x_n)\to 4}\left(\frac{\sqrt{x_n}-2}{x_n-4}\right) \qquad \lim_{(x_n)\to +\infty}\left(\frac{x_n^{\,2}-x_n+1}{x_n-1}\right)-x_n$$

$$\lim_{(x_n)\to +\infty}\left(\frac{x_n^{\,2}-3x_n+1}{x_n-1}\right)-x_n \qquad \lim_{(x_n)\to +\infty}\left(\frac{\dfrac{x_n^{\,2}-3x_n+1}{x_n-1}+x_n}{2x_n}\right)$$

$$\lim_{(x_n)\to 2}\left(\frac{x_n^{\,4}-3x_n^3+8}{x_n^3-2x_n^2}\right) \qquad \lim_{(x_n)\to 0}\left(\frac{4x_n^{\,2}+\sqrt{2}\,x_n}{x_n^3+\sqrt{8}\,x_n}\right)$$

$$\lim_{(x_n)\to 0^+}\left(\frac{L(x_n+1)}{3x_n^2}\right) \qquad \lim_{(x_n)\to 1}\left(\frac{L(x_n)}{3x_n^2-3}\right)$$

$$\lim_{(x_n)\to 0^+}\left(\frac{L(x_n+1)}{\sqrt{x_n}}\right) \qquad \lim\left((e^{1/n}-1)(n^2+3n-4)\right)$$

$$\lim\left((n+3)e^{1/n}-n\right) \qquad \lim\left((2n-5)e^{n/(n+3)}-2en\right)$$

6) Idem:

$$\lim_{(x_n)\to 0^+}\left(\frac{L\left|\frac{1+x_n}{x_n-1}\right|}{x_n^2-x_n}\right) \qquad \lim_{(x_n)\to -2}\left(\frac{L(2)-L|x_n|}{x_n^2+2x_n}\right) \qquad \lim_{(x_n)\to e}\left(\frac{L(L(x_n))}{x_n^2-e^2}\right)$$

$$\lim_{(x_n)\to 0}\left(\frac{sen(3x_n)}{5x_n}\right) \qquad \lim_{(x_n)\to 0}\left(\frac{sen(3x_n)}{2x_n\cos(3x_n)}\right) \qquad \lim_{(x_n)\to 0}\left(\frac{e^{x_n}-\cos(3x_n)}{tg(x_n)}\right)$$

7) Idem:

$$\lim_{(x_n)\to +\infty}\left(\frac{L(3x_n)}{5x_n^3+3}\right) \qquad \lim_{(x_n)\to +\infty}\left(\frac{L(3x_n)x_n}{5x_n^3+3}\right) \qquad \lim_{(x_n)\to +\infty}\left(\frac{L(3x_n)^{x_n}}{5x_n^3+3}\right)$$

$$\lim_{(x_n)\to +\infty}\left(\frac{L(e^{x_n})^3-e^{x_n}}{5x_n^3+3}\right) \qquad \lim_{(x_n)\to +\infty}\left(\frac{L(3x_n)-2x_n^2+3}{5x_n^2+3\sqrt{x_n}}\right) \qquad \lim_{(x_n)\to +\infty}\left(\frac{x_n L(3x_n^5)-2x_n^2+3}{e\,x_n^2+3\sqrt{x_n}}\right)$$

$$\lim_{(x_n)\to +\infty}\left(\frac{L(3x_n^2-2x_n+3)}{5L(x_n^3+5x_n)+3}\right) \qquad \lim_{(x_n)\to -\infty}\left(L|3x_n|e^{x_n}\right) \qquad \lim_{(x_n)\to +\infty}\left(x_n L(x_n)-x_n\right)$$

$$\lim_{(x_n)\to +\infty}\left(x_n L(x_n)-\sqrt{x_n^3}\right) \qquad \lim_{(x_n)\to 0^+}\left(x_n L(x_n)\right) \qquad \lim_{(x_n)\to 3^-}\left((x_n-3)L|x_n-3|\right)$$

$$\lim_{(x_n)\to 0^\pm}\left((e^{-1/x_n}-1)\frac{x_n}{x_n+2}\right) \qquad \lim_{(x_n)\to +\infty}\left(\frac{sen(3x_n)x_n}{5x_n^2}\right) \qquad \lim_{(x_n)\to +\infty}\left(\frac{sen(3x_n)x_n}{5e^{x_n}}\right)$$

8) a) Compruebe que el perímetro de un *n*-ágono regular inscrito en una circunferencia de radio r es $2rn.sen\left(\frac{\pi}{n}\right)$.

(sugerencia: deduzca la medida de cada lado de cada uno de los n triángulos determinados)

b) ¿A qué valor se aproxima ese perímetro cuando *n* es muy grande?

c) Calcular el área del n-ágono y deducir su límite. (sug: Deduzca la distancia del centro a cada lado de los triángulos y utilizar $2\,sen(\alpha)\cos(\alpha)=sen(2\alpha)$)

d) Interprete los resultados de los límites.