<u>6º Ingeniería 1 y 2 - Matemática "A"– Liceo Nº 3 – Nocturno</u>

<u>Profs.: Marcelo Valenzuela – Patricia Camargo</u>

Práctico Nº 8

1. Probar usando las definiciones de límite:

$$\lim_{x\to2}(3x+5)=11 \qquad \lim_{x\to2}(x^2-5)=-1 \qquad \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0 \qquad \lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+3}{2x}=-\infty$$

2. Calcule los siguiente límites:

$$\lim_{x\to3^{\pm}} e^{\frac{-1}{(3-x)(x-7)}} \qquad \lim_{\substack{x\to0^{\pm}\\ x\to\pm\infty}}\frac{x^4+5x^3+4x^2}{x^5-x^3} \qquad \lim_{x\to0}\frac{x+3}{L|x|}+\frac{1}{x^2}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(x^2+1\right)\left(e^{2x/(x^2+1)}-1\right)}{4x} \qquad \lim_{\substack{x\to+\infty\\ x\to-\infty\\ x\to0^+}}\left(3x+1\right).L\left|\frac{x+1}{x}\right| \qquad \lim_{x\to-\infty}\left(2x-3\right)e^{1/(x+4)}-2x$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{3}{x}\right)^{x} \qquad \lim_{x\to0^+}\left(1+x\right)^{36/x} \qquad \lim_{x\to1}\frac{\ln\left(\frac{x+1}{2}\right)}{x^2-5x+4}$$

$$\lim_{x\to-3^+}\frac{\left(31+x\right)^2}{-x-3}+\frac{5}{(x+3)^2}-L|x+3|$$

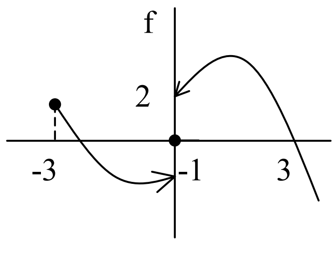
3. Pruebe que si una función f esta acotada en un entorno de x_0, y $\lim_{x\to x_0} g(x)=+\infty$ entonces:

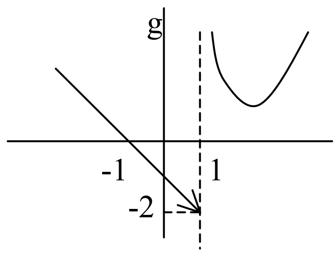
$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)}=0$. (observe que puede no existir $\lim_{x\to x_0} f(x)$)

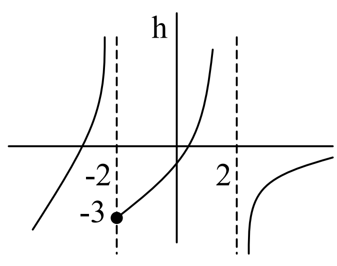
4. Calcule entonces:

a. $\lim_{x\to+\infty}\frac{sen(x)}{x}$ b. $\lim_{x\to0} x.sen\left(1/x\right)$ c. $\lim_{x\to0} tg(x).sen\left(1/x\right)$

5. i) Determinar el dominio de $f(x)$, $g(x)$ y $h(x)$.







ii) Indicar si es posible: a) $\lim_{\substack{x\to3\\ x\to0}} f(x)$ $\quad \lim_{\substack{x\to-3^+\\ x\to+\infty}} f(x)$ $\quad f(3)$ $\quad f(0)$

b) $\lim_{\substack{x\to-1\\ x\to1}} g(x)$ $\quad \lim_{x\to+\infty} g(x)$ $\quad g(1)$ $\quad$ c) $\lim_{\substack{x\to-2^{\pm}\\ x\to2^{\pm}}} h(x)$ $\quad \lim_{x\to\pm\infty} h(x)$ $\quad h(-2)$ $\quad h(2)$

6. Graficar $f: f(x)=\begin{cases} x+1 & \text{si } x\le1 \\ 2x-3 & \text{si } x>1\end{cases}$. Determine: $\lim_{\substack{x\to0\\ x\to3}} f(x)$ $\quad \lim_{\substack{x\to1^{\pm}\\ x\to\pm\infty}} f(x)$

7. Graficar $f: f(x)=\begin{cases} |x+3| & \text{si } x\le0 \\ x^2+3 & \text{si } x>0\end{cases}$. Determine $\lim_{\substack{x\to-3\\ x\to0}} f(x)$ $\quad \lim_{\substack{x\to1^{\pm}\\ x\to\pm\infty}} f(x)$

8. a) Representar una función que cumpla: $D(f) = R - \{-3, 2\}$ $\quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty \qquad \lim_{x \to -2^-} f(x) = -\infty \qquad \lim_{x \to -2^+} f(x) = 0 \qquad \lim_{x \to 2} f(x) = 1$

9. Hallar $a \in \Re$, para que las funciones sean continuas en $\Re$.

$$f_1(x) = \begin{cases} a(x+1) & si \quad x > 0 \\ ax^2 + 5x + 3 & si \quad x \le 0 \end{cases} \qquad f_2(x) = \begin{cases} x^a & si \quad x = 4 \\ \dfrac{x^2 - 16}{x - 4} & si \quad x \ne 4 \end{cases}$$

$$f_3(x) = \begin{cases} \dfrac{Lx}{1 - x} & si \quad x > 1 \\ ax^2 - 3 & si \quad x \le 1 \end{cases} \qquad f_4(x) = \begin{cases} a + e & si \quad x = 2 \\ \dfrac{e^x - e^2}{x - 2}.a & si \quad x \ne 2 \end{cases}$$

10. Estudiar límites en puntos de discontinuidad de las siguientes funciones

$$i) f(x) = L\,|x| \left(\frac{\operatorname{sen}^2 x}{3x} \right) \qquad ii) f(x) = (x-1).e^{1/x-1} \qquad iii) f(x) = L\left| \frac{x-1}{x^2 - 1} \right|$$

11. Sea f:f(x) = $2x^3 - 4x^2 - 2x + 3$.
    Probar que tiene una raíz en el intervalo [0,3].

12. Sea g:g(x) = L|x| + x.
    Mostrar que tiene una raíz positiva.

13. Sea $f(x) = Ln\left(\dfrac{x-4}{x^2} \right) + x$.
    i. Deduzca el dominio de f.
    ii. Calcule $\lim_{x \to 4^+} f(x)$ y $\lim_{x \to +\infty} f(x)$
    iii. ¿Tiene raíces f(x)?

14. Sea f: f(1) = -3 y f(3) = 5.
    i. ¿f tiene al menos una raíz?
    ii. ¿Y si f es continua en (1,3)?

15. Demostrar que existe algún número x tal que:

$$x^{179} + \frac{163}{1 + x^2 + sen^2 x} = 119$$