Práctico Nº 9

1) Utilizando definición, investigar si cada función es derivable en el punto indicado, y mencionar el valor de la respectiva derivada:

a) $f : f(x) = x^2 - 2$ (en x = 3)

b) $f : f(x) = \sqrt{x}$ (en x = 3)

c) $f : f(x) = e^{2x}$ (en x = 2)

d) $f : f(x) = \sqrt{|x+1|}$ (en x = -1)

e) Siendo a el número real que hace que f sea continua en 1.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2L(x)}{1-x} & si \quad x > 1 \\ -x^2 + a & si \quad x \le 1 \end{cases}$$ (en x = 1).

2) ¿Existe la derivada de $f : f(x) = |x+3|$ en $x = -3$? ¿y en x=3?

3) Sea $f : f(x) = \begin{cases} x^3 + 3x + a & si\, x \ge 0 \\ be^x - 1 & si\, x < 0 \end{cases}$ hallar a y b para que sea derivable en 0.

Sea $f : f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{x+1} - L|x+1| & si\, x \ge -2 \\ ax^2 + b & si\, x < -2 \end{cases}$ hallar todos los posibles valores de a y b para que f sea derivable en –2.

4) Utilizando la definición de derivada, deduzca la función derivada de las siguientes funciones:

$f(x) = 3x - 5$ $\quad f(x) = e^{3x}$ $\quad f(x) = L(x+1)$

5) Halle $f'(x)$ en cada uno de los siguientes casos:

$f(x) = 6$ $\quad f(x) = 2x + 3$ $\quad f(x) = 3x^2 - 5x$

$f(x) = (-x^4 + 3x)(x+3)$ $\quad f(x) = \dfrac{x^2 + 5x}{3x - 1}$ $\quad f(x) = \dfrac{3x^4 - 5x^2 - x}{3x^2 + 5x - 1}$

$f(x) = L(x)(x^2 + 3x + 1)$ $\quad f(x) = L(x)\,e^x$ $\quad f(x) = L(x^2 + 3x + 4)$

$f(x) = L(x^2 + 3x + 4).e^x$ $\quad f(x) = 5e^{x^2 - 3x}$ $\quad f(x) = \dfrac{e^x}{x}$

$f(x) = \dfrac{e^{2x+3}}{2x+3}$ $\quad f(x) = L\left(\dfrac{x+3}{2x}\right)$ $\quad f(x) = L\left|\dfrac{x+3}{x-2}\right| + 2x - 3$

$f(x) = L\left|\dfrac{x^2 + 3}{x}\right|$ $\quad f(x) = L\left|\dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 2x}\right|$ $\quad f(x) = (x-3)\,e^{\frac{x+1}{x-1}}$

$f(x) = (3x^2 - 4x + 7)^2$ $\quad f(x) = \sqrt{x+3}$ $\quad f(x) = \sqrt{5x^2 + 3x}$

$f(x) = \sqrt{\dfrac{1}{x+3}}$ $\quad f(x) = \sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$ $\quad f(x) = \sqrt{\dfrac{2x+1}{2x-1}}$

$f(x) = \dfrac{\operatorname{sen} x + \cos x}{x - \operatorname{tg} x + 3}$ $\quad f(x) = x^3.Lx.e^x$ $\quad f(x) = e^x.\dfrac{\operatorname{sen} x}{1 - \cos x}$

$f(x) = \cos^3 x + \operatorname{sen}^2(2x)$ $\quad f(x) = \operatorname{sen}^2 x.\cos^3 x$

6) Sea $f : f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$.

i) Hallar las ecuaciones de tangentes al grafico de f que sean horizontales.

ii) IDEM , paralelas a la recta de ecuación : $y = 3x + 1$.

7) Deducir intervalos de crecimiento de las siguientes funciones:

i) $f: f(x) = x^2 - 2x + 1$ ii) $f: f(x) = \dfrac{x^2 - 2}{x + 3}$ iii) $f: f(x) = e^{\frac{x-1}{x}}$

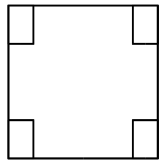
iv) $f: f(x) = L\left|x^2 - 2\right|$ v) $f: f(x) = L\left(\dfrac{x}{x^2 - 1}\right)$ vi) $f: f(x) = e^{2x}(x^2 + x)$

8) Determina un punto P sobre el arco de la parábola de ecuación $y = x^2$, determinado por los puntos A (1,1) y B(3,9), tal que la tangente sea paralela a la recta AB.

9) ¿Cuál es la forma de torcer un trozo de alambre de longitud 20cm. de manera que forme un rectángulo cuya área sea la mayor posible?

10) Hay que hacer una superficie rectangular cercada por tres de sus lados con tela metálica y lindante por el cuarto con una larga pared de piedra. ¿qué forma será más conveniente dar a la superficie, para que su área sea mayor, si se dispone en total de l metro de tela metálica?

11) De una hoja de cartón cuadrada, de lado a, hay que hacer una caja rectangular abierta, que tenga mayor capacidad posible, recortando para ello cuadrados en los ángulos de la hoja.



12) Hallar el punto de la curva dada por $f(x) = \dfrac{1}{1 + x^2}$, en el que la tangente forme con el eje ox el ángulo de mayor valor absoluto posible.

13) Sea $f(x) = \dfrac{2x^3 - 39x^2 + 180x + 300}{60}$.

a) Esboce el gráfico de f, hallando extremos relativos.

b) Considere una función g(x) de dominio [0,15]; tal que g(x) = f(x) $\forall x \in [0,15]$.

c) Indique:

El recorrido de g.

Máximos y mínimos de g

Máximos y mínimos relativos de g.

¿Es inyectiva la función?

d) Si h(x) = 30 – g(x) es la función de la temperatura dependiendo del tiempo en un día desde las 0 hasta las 15 hs. Grafique h(x); indique temperatura máxima y mínima en el día (y sus respectivos horarios); indique los horarios en que la temperatura aumenta, y en cuales disminuye.

14) Si una función es tal que es derivable en [1,2] y su función derivada no tiene raíces en [1,2] ¿puede tener 2 raíces en dicho intervalo? Justifica la respuesta.

15) a) Probar que entre 2 raíces de una función polinómica existe al menos una raíz de su derivada. Usando este resultado demostrar:

b) Que la ecuación $x^5+10x+3=0$ no tiene dos raíces reales diferentes

16) Sea $f(x)=|x-1|$ verificar que no existe ningún valor c en (0,3) tal que cumpla la tesis del teorema de Lagrange ¿por qué dicho teorema no se cumple?

17) Sea f:f(x) = 2x + 3. Halle el punto del gráfico para el cual la distancia al punto A(2,3) es mínima. (Sug.: Considere un punto general (x, f(x)) y aplique distancia entre dos puntos)

18) Hallar dos funciones f, tal que:

a) f '(x) = sen(x) b) f '(x) = 2x

c) f '(x) = x^2 d) f '(x) = 1/x + e^x +x