

Práctica N° 10

- 1) Sea f una función derivable en \mathbb{R} tal que $f'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=\alpha \\ x=\beta \end{cases}$ con $\alpha < \beta$
- i) Pruebe que NO puede existir dos raíces de f en el intervalo $(\beta, +\infty)$ (sug: Si existen)
- ii) ¿Cuántas raíces reales y distintas puede tener f ?
- 2) Sea f derivable en un intervalo I, si f' sólo tiene raíces α y β en I ($\alpha < \beta$) y además,
- $$\begin{cases} f(\alpha) > 0 \\ f(\beta) > 0 \end{cases}$$
- i) ¿Cuántas raíces puede tener f en I?
- ii) Discuta los distintos casos suponiendo que α y β son interiores a I según el signo de f' en I.

- 3) El recorrido de un coche en un intervalo de 10 minutos (de 0 a 10) está dado por:

$$f(t) = 100t^2 - \frac{t^4}{2} \quad (\text{t minutos, y } f(t) \text{ metros}).$$

- a) Grafica la trayectoria.
 b) ¿Qué distancia recorre el coche?
 c) ¿Cuál es su velocidad máxima?
 d) ¿Qué distancia ha recorrido el coche cuando alcanza su velocidad máxima?

- 4) i) E. A. y R. G. de las siguientes funciones f tal que:

a) $f(x) = x + \frac{1}{x}$ b) $f(x) = L\left(\frac{x+1}{x-2}\right) + 2 - x$ c) $f(x) = x^2 + L|x+1|$

d) $f(x) = \frac{1}{e^x - 1}$ e) $f(x) = (x^2 - 3x + 1)e^{3-x}$ f) $f(x) = \frac{e^{2+x}}{2+x}$

g) $f(x) = \frac{2x-1}{|x+1|}$ h) $f(x) = e^x(x+1)$ i) $f(x) = e^x|x+1|$

- ii) Realizar el gráfico de $g: g(x) = |f(x)|$ en cada uno de los anteriores.

- 5) Sea $g: g(x) = \text{tg}(x)$

- i) Grafique la función g en el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$

- ii) Clasifique la función en si su dominio fuese $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

- iii) Sea $f: f(x) = \text{Arctg}(x)$ la función inversa de g "con el dominio adecuado".

- a) Indique dominio y codominio de f para que sea inversa de g .

- b) Grafique f .

- c) Observe: $\lim_{x \rightarrow 0} \text{Arctg}(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \text{Arctg}(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} \text{Arctg}(x)$

- d) Utilizando que si $g(x_0) = y_0$, g derivable en x_0 y $g'(x_0) \neq 0$ entonces:

$$f'(y_0) = \frac{1}{g'(x_0)} \quad \text{Deduzca la derivada de } f \text{ en un } x \text{ cualquiera de su dominio.}$$

- e) E.A. y R.G. de:

$$f_1: f_1(x) = \text{Arctg}(x^2 + 1)$$

$$f_2: f_2(x) = \text{Arctg}\left(\frac{x}{x+1}\right)$$

$$f_3: f_3(x) = x - \text{Arctg}(x^2)$$